

Universidade de Brasília – UnB
Faculdade UnB Gama – FGA
Engenharia de Energia

Estudo Analítico e Numérico do Fenômeno do Golpe de Aríete

Autora: Rayssa Mayra Figueira de Alencar
Orientador: Dr. Luciano Gonçalves Noleto

Brasília, DF
2014



Rayssa Mayra Figueira de Alencar

Estudo Analítico e Numérico do Fenômeno do Golpe de Aríete

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia de Energia da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia.

Universidade de Brasília – UnB

Faculdade UnB Gama – FGA

Orientador: Dr. Luciano Gonçalves Noletto

Brasília, DF

2014

Rayssa Mayra Figueira de Alencar

Estudo Analítico e Numérico do Fenômeno do Golpe de Aríete/ Rayssa Mayra Figueira de Alencar. – Brasília, DF, 2014-

76 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Dr. Luciano Gonçalves Noleto

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília – UnB

Faculdade UnB Gama – FGA, 2014.

1. Golpe de Aríete. 2. Interação Fluido-Estrutura. I. Dr. Luciano Gonçalves Noleto. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Estudo Analítico e Numérico do Fenômeno do Golpe de Aríete

CDU



ESTUDO ANALÍTICO E NUMÉRICO DO FENÔMENO DO GOLPE DE ARÍETE

Rayssa Mayra Figueira de Alencar

Monografia submetida como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia da Faculdade UnB Gama - FGA, da Universidade de Brasília, em 28/11/2014 apresentada e aprovada pela banca examinadora abaixo assinada:

Prof. Dr. Luciano Gonçalves Noletto,
UnB/FGA
Orientador

Prof. Dra. Thais Maia Araújo, UnB/FGA
Membro Convidado

Prof. Dra. Rita de Cássia Silva, UnB/FGA
Membro Convidado

Prof. Dra. Maria Vitória Duarte Ferrari,
UnB/FGA
Membro Convidado

Brasília, DF
2014

AGRADECIMENTOS

Ao Divino Pai Eterno, cujas mãos seguraram as minhas, cujos braços me carregaram e cuja presença me protegeu. E à Nossa Senhora, cujo colo materno soube guardar minhas alegrias e consolar minhas tristezas. À Deus toda honra, glória e louvor. Todo o meu amor e eterna gratidão.

Aos meus avós, meus pais e minhas irmãs: meus primeiros e maiores exemplos de humanidade. Vocês são e sempre serão os maiores presentes que recebi na vida. Se onde está seu tesouro aí está seu coração, meu coração sempre esteve em casa. Obrigada também àqueles que se fizeram minha família e me acolheram em suas casas e em suas vidas. Abençoadas sejam nossas famílias de sangue! E abençoadas, nossas famílias de coração!

Aos meus amigos. Obrigada pela parceria incondicional em todos os momentos. Ter vocês ao meu lado renovou minhas forças a cada dia turbulento e a cada noite mal dormida. Obrigada por demonstrarem carinho e dedicação em pequenos gestos e em grandes também. Obrigada por me permitirem compartilhar com vocês grandes alegrias, sorrisos e a realização de nossos sonhos comuns. Nunca fiz segredo do amor que sinto por vocês.

Aos meus professores. À todos os meus professores. À todos aqueles que se dispuseram a me transmitir conhecimento. À todos aqueles cuja dedicação ao longo dos anos permitiu que eu pudesse hoje redigir esse trabalho; de modo muito especial, agradeço meu professor, que aceitou me orientar nessa tarefa e cujos conselhos permitiram realizá-la; obrigada por tão gentilmente acolher minhas dúvidas e minhas preocupações.

Todos os caminhos estão errados quando você não
sabe aonde quer chegar. William Shakespeare.

RESUMO

Por golpe de aríete se entendem as ondas de choque induzidas por variações de pressão, decorrentes de alterações no escoamento, as quais, por sua vez, se originam de perturbações impostas ao fluido no interior de condutos forçados. Esse transiente hidráulico provoca tensão interna no fluido, transmitida ao recipiente que o contém. O golpe de aríete influencia o funcionamento e a segurança da operação das tubulações a ele submetidas. Neste contexto, o presente trabalho aborda o estudo analítico e numérico para o fenômeno do golpe de aríete em condutos forçados. Além da formulação analítica, para a qual se consideram as interferências da interação fluido-estrutura, são abordados aspectos pertinentes à formulação da turbulência em fluidos e da fluidodinâmica computacional. Finalmente são apresentados os resultados de variação do campo de pressão para a simulação computacional, considerando-se modelagem do fenômeno do golpe de aríete em conduto forçado cujo escoamento está sujeito a uma manobra rápida de fechamento de válvula.

Palavras-chaves: de Aríete. Interação Fluido-Estrutura. Transiente Hidráulico. Estudo Analítico. Numérico.

ABSTRACT

Water hammer is understood as the shock waves induced by pressure changes, due to flow's variations, caused by fluid under perturbations into the pipes. This hydraulic transient causes internal stress on fluid, transmitted to the pipe. Water hammer has significant consequences on the functioning and safety of operation for conduits under its act. In this sense, this work deals the analytical and the numerical modeling of water hammer phenomenon on conduits. Addition to analytical modeling, which considers the fluid-structure interaction's interference, relevant aspects about turbulence in fluids and computational fluid dynamics are treated. Finally the results about variations of pressure field from computational simulation are presented for a model of the water hammer in a pipe, based on rapid valve closure.

Key-words: Water hammer. Fluid-structure Interaction. Hydraulic Transient. Analytical Study. Numerical.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Brasil: Recursos Energéticos (EPE, 2014).	15
Figura 2 – Golpe de Aríete: UHE Oigawa/Japão (CHAUDHRY, 1987).	16
Figura 3 – Volume de Controle: Equação do Momento (GHIDAOUI et al., 2005).	26
Figura 4 – Translação do sistema de coordenadas (Adaptado de Larock, Jeppson e Watters (2000)).	30
Figura 5 – Forças atuantes sobre o Volume de controle - Equação do Momento (Adaptado de Larock, Jeppson e Watters (2000)).	30
Figura 6 – Elemento de água no instante t que antecede o golpe de aríete (Adaptado de Bernard (2013)).	32
Figura 7 – Elemento de água no instante $t + \delta t$ após o golpe de aríete (Adaptado de Bernard (2013)).	32
Figura 8 – (a) Tensões em vasos de pressão cilíndricos de paredes finas: (b) tensão circunferencial/ transversal e (c) tensão longitudinal (Adaptado de Hibbeler (2010)).	35
Figura 9 – Etapas para a obtenção de solução numérica de um problema de mecânica dos fluidos via CFD (Adaptado de Rego (2008)).	58
Figura 10 – Bancada experimental para estudo do golpe de aríete.	64
Figura 11 – Detalhe da malha de cálculo.	64
Figura 12 – Visualizações de pressão no interior do conduto.	66
Figura 13 – Pontos de monitoramento de pressão.	67
Figura 14 – Variação de pressão: Ponto 1, montante.	68
Figura 15 – Variação de pressão: Ponto 2, jusante.	68
Figura 16 – Faixas de variação de pressão a jusante do escoamento.	69

LISTA DE SIGLAS

CFD	<i>Computacional Fluid Dynamics</i>
CL	<i>Column Separation</i>
DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i>
FSI	<i>Fluid-Structure Interaction</i>
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
RANS	<i>Reynolds Average Navier-Stokes</i>
SST	<i>Shear Stress Transport</i>
UF	<i>Unsteady Friction</i>
UHE	Usina Hidrelétrica
URANS	<i>Unsteady Reynolds Average Navier-Stokes</i>
VE	<i>Viscoelasticity</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Velocidade da onda de pressão [m/s]
A	Área da seção transversal [m^2]
α	Ângulo de inclinação [$^\circ$]
β	Coefficiente de correção do momento
c_1	Constante ajustável às condições de contorno do duto
cf	Coefficiente de atrito
D	Diâmetro do duto [m]
e	Espessura do duto [m]
E	Módulo de Young [GPa]
ϵ	Distância em relação à frente de onda de pressão [m]
ϵ_c	Deformação circunferencial do duto [m]
ϵ_l	Deformação longitudinal do duto [m]
F_{ext}	Forças externas atuantes sobre o volume de controle [N]
f	Fator de atrito de Darcy-Weisbach
g	Aceleração da gravidade local [m/s^2]
γ	Peso específico [N/m^3]
H	Altura de coluna d'água [m]
I	Impulso [Ns]
k	Módulo de <i>Bulk</i> da água [Pa]
δL_p	Variação no comprimento do elemento de água devido à rigidez do duto [m]
δL_w	Variação no comprimento do elemento de água devido à compressibilidade do fluido [m]
m	massa [kg]
\dot{m}	Fluxo de massa [kg/s]

M	Número de Mach
ν	Coeficiente de Poisson
ν	Viscosidade cinemática [m^2/s]
ν_T	Viscosidade turbulenta [m^2/s]
P	Pressão [Pa]
P_0	Pressão antes da perturbação [Pa]
P_a	Pressão atmosférica [Pa]
ρ	Massa específica [kg/m^3]
ρ_0	Massa específica do fluido antes de sofrer perturbação [kg/m^3]
ρ_w	Massa específica da água [kg/m^3]
Q	Quantidade de movimento [kgm/s]
\dot{Q}	Vazão volumétrica [m^3/s]
r	Raio do duto [m]
Re	Número de Reynolds
σ_h	Tensão circunferencial [MPa]
σ_l	Tensão longitudinal [MPa]
t	Tempo [s]
t_v	Tempo de fechamento da válvula [s]
T	Escala de tempo [s]
T	Semiperíodo [s]
T_d	Escala temporal de difusão radial [s]
τ_{ij}	Tensor de tensão de Reynolds
τ_w	Cisalhamento da parede [Pa]
U_1	Escala de velocidade [m/s]
v	Velocidade [m/s]
V	Volume [m^3]

δV_c	Variação no volume devido a deformação circunferencial [m^3]
δV_l	Variação no volume devido a deformação longitudinal [m^3]
δV_w	Variação no volume de água [m^2]
x	Direção longitudinal [m]
y	Distância entre o nó e a parede [m]
Z	Altura local [m]
ξ	Parâmetro positivo real que permite avaliar a magnitude relativa dos vários termos em diferentes escalas de tempo

SUMÁRIO

	Sumário	13
1	INTRODUÇÃO	15
1.1	MOTIVAÇÃO	15
1.2	OBJETIVO GERAL	16
1.2.1	Objetivos Específicos	17
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
2.1	ESTADO DA ARTE DO ESTUDO DO GOLPE DE ARÍETE	18
2.1.1	Métodos Numéricos	19
2.1.1.1	Fluidodinâmica Computacional	20
2.1.2	Interação Fluido-Estrutura	21
3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	24
3.1	FORMULAÇÃO ANALÍTICA DO PROBLEMA ESTRUTURAL	24
3.1.1	Coluna Elástica de Água	26
3.1.1.1	Equação do Momento	26
3.1.1.2	Equação da Continuidade	31
3.1.1.2.1	Rigidez do duto	33
3.1.1.2.2	Compressibilidade da água	37
3.1.1.3	Velocidade da Onda de Pressão	38
3.1.2	Conclusões da Formulação Analítica do Problema Estrutural	40
3.2	FORMULAÇÃO ANALÍTICA DO PROBLEMA FLUIDO	41
3.3	FORMULAÇÃO DE TURBULÊNCIA EM FLUIDOS	42
3.3.1	Decomposição de Reynolds	47
3.3.1.1	Hipótese de Boussinesq	50
3.3.1.2	Modelos de Turbulência	52
3.3.1.2.1	Modelo de Turbulência SST	54
4	FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL	58
4.1	ETAPAS PARA A SOLUÇÃO NUMÉRICA	58
4.1.1	Geração da Geometria	59
4.1.2	Geração de Malha	59
4.1.3	Pré-Processamento	60
4.1.4	Processamento	61
4.1.5	Pós-Processamento	61

4.2	REPRESENTATIVIDADE DA SOLUÇÃO NUMÉRICA	62
4.3	METODOLOGIA	63
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	66
6	CONCLUSÃO	70
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	72

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

No modelo energético brasileiro, os recursos hídricos representam cerca de 70% da matriz elétrica nacional (Fig.(1)) incluindo as importações (EPE, 2014). Apesar dos impactos socioambientais oriundos da construção das centrais hidrelétricas, a utilização destas para geração de energia ainda prevalece sobre fontes como a nuclear, o petróleo e o carvão. Isso porque, se comparada a tais fontes, a hidroeletricidade ainda caracteriza um tipo de energia mais barata e menos agressiva do ponto de vista ambiental (FERREIRA, 2007) e (ANEEL, 2008).

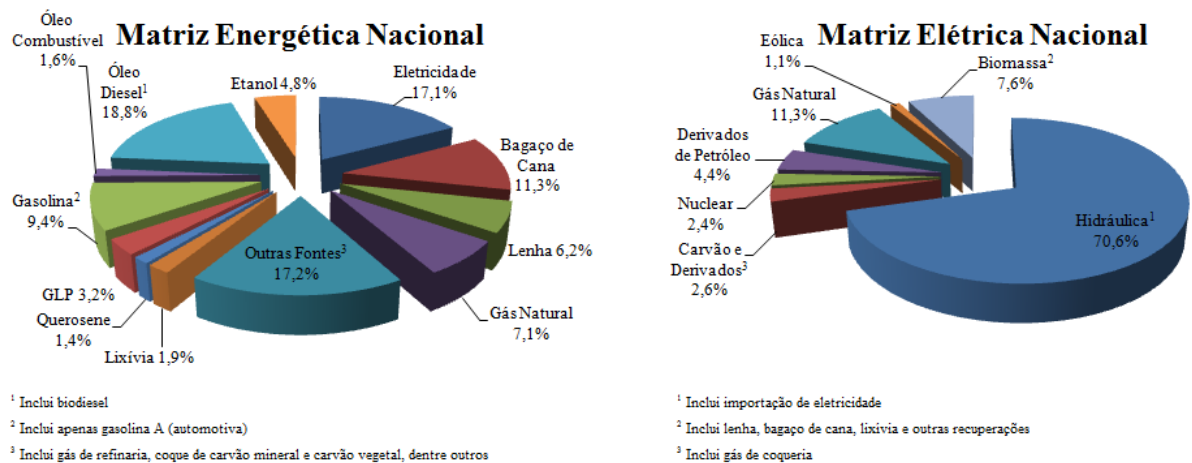


Figura 1: Brasil: Recursos Energéticos (EPE, 2014).

Ao longo da operação de uma usina hidrelétrica, quando a demanda de energia na rede elétrica é alvo de quedas repentinas, por exemplo, os consumidores atendidos pelo sistema, que representam a carga, são desconectados do conjunto moto-gerador constituído pela junção turbina-gerador. Nessas circunstâncias, o gerador passa a operar em vazio. Assim, sem carga, o fluxo fornecido à turbina aumenta sua velocidade. Com a finalidade de evitar que a turbina atinja velocidades excessivas, é necessário fechar rapidamente o distribuidor para controlar o fluxo. A rápida redução da velocidade do escoamento origina oscilações de pressão. Estas oscilações geram zonas de sobrepressão seguidas por depressões no interior da tubulação. A esse fenômeno transitório dá-se o nome de golpe de aríete (BERNARD, 2013). Exemplo de acidente ocasionado pelo golpe de aríete é apresentado na Fig. (2) : em um segmento houve rompimento da tubulação devido à sobrepressão, ao passo que a pressão negativa fez com que outro segmento colapsasse.

Por golpe de aríete se entendem as variações de pressão, resultantes de variações no escoamento, oriundas de perturbações, voluntárias ou não, impostas ao fluido no interior de condutos forçados. Entre os fenômenos dos quais pode decorrer o golpe de aríete, citam-se

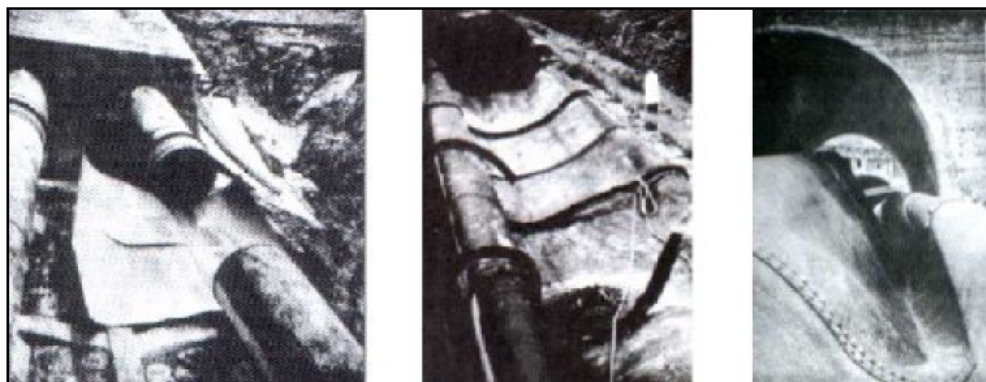


Figura 2: Golpe de Aríete: UHE Oigawa/Japão (CHAUDHRY, 1987).

operações de abertura e fechamento de válvulas, falhas mecânicas de dispositivos de proteção ou controle e eventos de parada/arranque de uma turbomáquina (CAMARGO, 1989).

O golpe de aríete engloba uma série de eventos recorrentes no âmbito da engenharia; dentre esses, ênfase especial é conferida à propagação de distúrbios através das ondas que viajam na velocidade do som devido à interação fluido-estrutura, reflexo da compressibilidade do fluido e da elasticidade das paredes dos dutos (TIJSSELING; ANDERSON, 2007).

Normas e padrões internacionais, referentes a estruturas de condutos sob pressão, reportam a necessidade de se avaliar a interferência do golpe de aríete nessas construções. O dimensionamento do sistema de forma a minimizar os efeitos oriundos desse transiente hidráulico aparece como tópico recorrente (LESLIE; VARDY, 2001).

Gale (2008) relata que só nos Estados Unidos, entre os anos de 1986 e 2000, os custos relacionados a falhas em condutos devido à forças internas diretamente associadas à interação fluido-estrutura superou a marca de 1 bilhão de dólares. No Brasil as informações dessa natureza não são de domínio público; todavia, o processo licitatório para construção de condutos forçados evidencia as preocupações acerca do golpe de aríete, prevendo entre suas cláusulas o estudo e projeto de proteção do sistema contra ondas de choque, existindo, inclusive, para sistemas operantes, licitações voltadas especificamente para tal quesito (ELETROBRÁS, 2003) e (SAEMA, 2013).

Finalmente, e concluindo a exposição dos argumentos motivadores desse trabalho, o não dimensionamento da tubulação contra golpe de aríete é apontado como indício de deficiência grosseira em projeto básico, o que, atrelado à outros pontos, justifica a suspensão da execução de obras licitadas (TCU, 2012).

1.2 OBJETIVO GERAL

Realizar a formulação analítica e a simulação numérica do golpe de aríete em condutos forçados.

1.2.1 Objetivos Específicos

O desenvolvimento dos objetivos é apresentado em ordem cronológica ao longo desse trabalho.

- Proceder à formulação analítica do fenômeno do golpe de aríete em condutos forçados considerando os efeitos da interação fluido-estrutura;
- Apresentar a formulação de turbulência em fluidos, visando à modelagem numérica do fenômeno;
- Realizar a simulação numérica para análise do comportamento da pressão durante o fenômeno do golpe de aríete.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho será dividido em cinco capítulos. O segundo capítulo tratará da revisão bibliográfica para o golpe de aríete, abordando aspectos relacionados a simulação numérica e a interação fluido-estrutura. No terceiro capítulo será apresentada a formulação matemática do problema fluido-estrutural e da turbulência em fluidos. No quarto capítulo serão descritas as etapas para a solução numérica de problemas fluidodinâmicos, bem como a metodologia adotada para a simulação. O quinto capítulo mostrará os resultados obtidos para a simulação numérica dos campos de pressão em tubulações submetidas ao golpe de aríete.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este tópico tem como objetivo fornecer uma visão geral acerca do estado da arte no estudo do golpe de aríete, por meio da abordagem sucinta de algumas das composições apresentadas nesse campo. A elaboração desse capítulo permite ainda contextualizar, de forma mais ampla, o trabalho desenvolvido.

2.1 ESTADO DA ARTE DO ESTUDO DO GOLPE DE ARÍETE

O escoamento através de condutos fechados é descrito pelas equações da dinâmica e da continuidade, que conduzem a um sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas de primeira ordem (BOYCE; DIPRIMA, 2010), descritas detalhadamente em Parmakian (1963), nas quais a pressão $^1(H)$ e a velocidade (v) são as variáveis dependentes, escritas em função da posição longitudinal (x) e do tempo (t), as variáveis independentes.

Dentre os primeiros estudiosos que se dedicaram à investigação desse transiente hidráulico, Gibson (1908) se destaca como um dos poucos a perceber a analogia entre o golpe de aríete e a propagação de ondas longitudinais em barras sólidas.

Allievi (1902 apud BERNARD, 2013) foi o primeiro a desenvolver uma ferramenta matemática capaz de solucionar o sistema e fornecer $H = H(x, t); \forall x; \forall t$, para um modelo unidimensional, considerando um duto de paredes finas e variações lineares do escoamento. Com base em sua ferramenta Allievi (1913 apud BERNARD, 2013) apresentou a teoria geral do golpe de aríete.

Os métodos analíticos desenvolvidos segundo a teoria de Allievi propiciam uma visão geral acerca do fenômeno; todavia, a formulação obtida é restrita, sendo aplicável apenas a algumas poucas situações. Tais métodos negligenciam as forças de atrito e os termos de segunda ordem no sistema de equações diferenciais parciais. Além disso, não permitem a solução de problemas que considerem número mais amplo de parâmetros dentro do fenômeno. Estes parâmetros, também denominados características paramétricas, são responsáveis por incluir elementos estruturais e fluidos do conduto. Por fim, os métodos analíticos fornecem apenas os campos de pressão sob a ótica de variações lineares do escoamento originárias do fechamento de válvulas (BERNARD, 2013).

Nesse contexto, como solução paliativa aos problemas apresentados pelos métodos analíticos, foram introduzidos os métodos gráficos (BERNARD, 2013).

O método gráfico de Schnyder-Bergeron, apresentado por Parmakian (1963), permite tratar arranjos de dutos compostos, considerando perdas hidráulicas e diversas características

¹ Note que aqui a pressão é avaliada em termos de queda, medida em metros de coluna de água.

paramétricas; todavia, o método se mostrou insuficiente para sistemas complexos de tubulações, contendo diversos equipamentos e ramificações (BERNARD, 2013). Nesse contexto, e devido ao advento das tecnologias no ramo da computação, a implementação de métodos numéricos para a solução do fenômeno do golpe de aríete se tornou cada vez mais explorada (SILVEIRA-NETO, 2002a).

2.1.1 Métodos Numéricos

Diferentes métodos numéricos, assumindo restrições diversas, têm sido empregados na solução do sistema de equações diferenciais hiperbólicas que descreve o golpe de aríete. O Método das Características de Euler é o mais amplamente difundido para esse fim (THANAPANDI, 1992). Sua versão discretizada com base no esquema de malha fixa é a mais aplicada, o que se deve à sua fácil programação, eficiência numérica e precisão (BERNARD, 2013).

Thanapandi (1992) apresentou um algoritmo de marcha no tempo para a análise do golpe de aríete pelo método das características aplicado a um arranjo simples de dutos, considerando existência e ausência de atrito. Utilizando o algoritmo proposto, o número de passos computacionais, bem como a quantidade de nós e variáveis nos nós, utilizados na malha de discretização a cada passo, foram reduzidos.

Para representação de perdas hidráulicas, ou seja, da ação de forças de atrito, Lai (1961) inseriu termos não lineares no sistema das equações descritivas do golpe de aríete. O método das características foi utilizado como mecanismo de solução direta no código implementado.

Por meio das relações previamente estabelecidas em seu estudo, Streeter (1962) desenvolveu método computacional para representação de manobras de abertura e fechamento de válvulas, analisadas na ausência e na presença dos efeitos de atrito. Streeter e Lai (1963 apud BERNARD, 2013) testaram o método das características para distintos tempos de fechamento e conexões de dutos.

O método dos Volumes Finitos Godunov, desenvolvido por Zhao e Ghidaoui (2004), apresentou, para primeira ordem, resultados comparáveis àqueles obtidos pelo esquema do método das características com interpolação *space-line*; já os resultados alcançados para a segunda ordem, mostraram que, dada certa precisão, menor esforço computacional foi requerido pelo esquema Godunov, em detrimento ao método das características.

A revisão acerca do tema, elaborada por Ghidaoui et al. (2005), trouxe uma visão geral sobre algumas técnicas utilizadas na solução numérica do problema do golpe de aríete.

Tijsseling e Bergant (2007) desenvolveram um novo algoritmo que, embora baseado no método das características, não requer o estabelecimento de uma malha. O novo método foi validado através de resultados básicos para o golpe de aríete, considerando inexistência de atrito. Soluções aproximadas foram obtidas considerando o atrito concentrado nos contornos de dutos individuais.

O método implícito das características, proposto por Afshar e Rohani (2008), permitiu a combinação arbitrária de dispositivos em sistemas de condutos. Por meio de sua utilização foram obtidas as equações correspondentes que definem o comportamento de equipamentos comumente utilizados em arranjos de dutos. A aplicação do método na avaliação de transientes hidráulicos, causados pelo fechamento de uma válvula e falha de sistemas de bombeamento, permitiu prever, com precisão, as variações tanto da altura de queda quanto do escoamento para os casos considerados.

Métodos numéricos como o método de Lagrange, o método das Diferenças Finitas e o Método dos Volumes Finitos também foram aplicados na solução do sistema de equações do golpe de aríete (BERNARD, 2013). O método dos volumes finitos tem sido amplamente adotado nos pacotes comerciais de fluidodinâmica computacional, do inglês *Computational Fluid Dynamics* (CFD).

2.1.1.1 Fluidodinâmica Computacional

Fluidodinâmica Computacional é o termo utilizado para designar o conjunto de técnicas matemáticas, modelagem numérica e simulação computacional por meio do qual são geradas, visualizadas e interpretadas soluções computacionais para as equações de conservação oriundas da teoria de fenômenos de transporte que regem dado escoamento. Dessa forma, através da CFD pode-se proceder a análise de uma série de sistemas envolvendo fenômenos que, no campo da fluidodinâmica, obedecem às equações de Navier-Stokes. A maioria dos aspectos importantes dessas relações é não-linear e, por conseguinte, não possui solução analítica (REGO, 2008).

Dentre os escoamentos passíveis de estudo via CFD, cita-se o transporte em dutos (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995), categoria na qual se enquadra o fenômeno do golpe de aríete, objeto de estudo do presente trabalho.

Vale ressaltar que simulações em CFD apresentam limitações, sendo, portanto, necessários modelos mais precisos para tratar fatores como a turbulência, por exemplo. Igualmente, a aplicação das condições de contorno requer ferramentas capazes de descrever com maior nível de detalhamento a geometria do domínio de cálculo. Assim, para que seja ampliada a capacidade de resolução de sistemas mais complexos, as técnicas numéricas devem ser submetidas a processos constantes de melhoria (SILVA, 2006).

Os métodos numéricos atuam na resolução de uma ou de um conjunto de equações diferenciais parciais, oriundas da substituição das derivadas existentes na(s) equação(ões) originais por expressões algébricas envolvendo a função incógnita para pontos discretos no espaço e no tempo (GONCALVES, 2007). Todavia, o uso das equações diferenciais parciais acarreta a introdução de uma aproximação: uma vez que as equações obtidas não sejam necessariamente iguais às originais, a simulação dos fenômenos físicos pode divergir daquela que seria observada a partir das equações básicas (SILVA, 2006).

Em termos matemáticos, essa discrepância diz respeito aos erros de truncamento (SILVA, 2006), os quais devem, portanto, ser minuciosamente entendidos e controlados, o que, caso não ocorra, pode conduzir a resultados pouco representativos da realidade física simulada. Portanto, a ferramenta numérica será adequada e confiável mediante a observância de dois aspectos, quais sejam: um método numérico capaz de solucionar corretamente as equações diferenciais parciais e um modelo matemático fidedigno para representação do fenômeno físico. Finalmente, deve-se atentar ao fato de que a correta visualização e interpretação dos resultados são tão importantes quanto os resultados da simulação propriamente ditos (CARVALHO, 2008).

2.1.2 Interação Fluido-Estrutura

Segundo Keramat et al. (2012), os resultados clássicos do golpe de aríete são afetados por quatro importantes elementos quais sejam: Atrito Instável (UF), Separação de Coluna (CS), Interação Fluido-Estrutura (FSI) e Viscoelasticidade (VE) ² cuja influência, negligenciada na teoria geral de Allievi, tem sido avaliada tanto separadamente quanto a partir de suas combinações. Dentre as considerações acerca de tais itens, ao escopo desse trabalho apenas são aplicáveis àquelas referentes à FSI.

A interação fluido-estrutura nos condutos forçados consiste na transferência de momento e de forças entre a tubulação e o fluido nela contido durante um escoamento transiente, podendo ser também percebida em sistemas nos quais esteja a estrutura imersa no fluido. A intensidade desse fenômeno de transferência de energia está intrinsecamente relacionada à flexibilidade/deformabilidade da estrutura, bem como às propriedades do fluido, como sua compressibilidade, e à amplitude das ondas de pressão induzidas, características do golpe de aríete (WIGGERT; TIJSSELING, 2001) e (GALE, 2008).

No sistema fluido-estrutura, as ondas de pressão induzidas durante o transiente hidráulico provocam ondas de tensões oriundas de esforços axiais, de flexão, de torsão, rotacionais e radiais (GALE, 2008); conforme as interações surgentes, é possível distinguir três diferentes mecanismos sob os quais a interação fluido-estrutura se manifesta: o efeito de junção, o efeito de Poisson e o efeito de interface hidráulica (CESTEIRO, 2008), sendo esse último relacionado ao atrito mútuo entre o fluido e a estrutura desconsiderado devido à sua contribuição irrisória em detrimento aos demais mecanismos avaliados (BERNARD, 2013).

O efeito de Poisson relaciona as ondas de pressão no fluido às ondas de tensão axial (longitudinal) na estrutura por meio da variação em sua seção transversal contração ou expansão circunferencial das paredes do duto. Como efeito colateral, as ondas de tensão originam flutuações de pressão, cuja velocidade é superior àquela observada para as ondas que caracterizam o golpe de aríete (LAVOOIJ; TIJSSELING, 1991), (TIJSSELING, 1996) e (ZHANG; TIJSSELING; VARDY, 1999).

² As siglas utilizadas se referem aos termos em inglês: *unsteady friction*, *column separation*, *fluid-structure interaction* e *viscoelasticity*, respectivamente.

Enquanto o efeito de Poisson e o efeito de interface hidráulica atuam ao longo de todo o duto, o efeito de junção atua sobre pontos específicos do sistema, como extremidades e cotovelos dos dutos, válvulas e junções, por exemplo (LAVOOIJ; TIJSSELING, 1991). O efeito de junção é levado em conta através de condições de contorno, ou, com maior precisão, através de relações de fechamento. Estas relações são derivadas para geometrias arbitrárias de dutos, sendo, portanto, relacionado às trocas de energia entre as singularidades presentes nos condutos e o fluido nele contido (GALE, 2008).

Ao comparar os resultados obtidos a partir da formulação clássica do golpe de aríete com aqueles oriundos do problema que considera a interação fluido-estrutura, atuante sob os efeitos de junção e de Poisson, (TIJSSELING; LAVOOIJ, 1990) mostraram que a teoria clássica falha na predição da máxima pressão atingida no interior das tubulações, e que, portanto, a FSI não pode ser negligenciada.

Tijsseling (1996) apontou ainda que, além da discrepância nos valores extremos de pressão, ao considerar os efeitos da FSI, podem ser observadas variações na frequência natural do sistema e maior atenuação e dispersão na pressão e na tensão calculadas.

Resultado similar foi apresentado por Heinsbroek (1997). Ao levar em conta os dois mecanismos mais significativos da interação fluido-estrutura, o comportamento do transiente hidráulico pôde ser simulado com maior precisão: sem a FSI, os resultados obtidos apontaram valores de pressão diferentes da realidade mensurada, mostrando, em contrapartida, valores muito elevados para as quantidades estruturais, conduzindo a proposições de projeto pouco atrativas economicamente.

Em seu trabalho, Locher, Huntamer e D. (2000 apud WIGGERT; TIJSSELING, 2001) ressaltou a complexidade do problema fluido-estrutural, apontando a necessidade de se desenvolverem análises específicas para cada caso considerado, como consequência da relação intrínseca entre a atuação da FSI e o layout da estrutura estudada. Wiggert e Tijsseling (2001) elaboraram uma revisão, sintetizando os mecanismos essenciais para a FSI, além de descreverem alguns dos métodos analíticos e numéricos aplicados a tal estudo.

Sreejith et al. (2004) apresentaram formulação baseada em elementos finitos para solução do sistema de equações dinâmicas de movimento com um acoplamento para inclusão dos efeitos da FSI. O estudo de caso, voltado para o sistema de tubulação usado em usinas nucleares, mostrou que ao considerar a FSI houve redução significativa nos valores de velocidade.

Considerando os efeitos de junção e de Poisson, Gale (2008) desenvolveu a análise da interação fluido-estrutura para escoamentos sujeitos a transientes rápidos. Modelos físicos de fenômenos com maior ou menor complexidade foram estudados, tanto do ponto de vista estrutural, quanto do ponto de vista termo-fluido. Os resultados foram verificados através de dados experimentais, códigos computacionais disponíveis e problemas clássicos.

Ahmadi e Keramat (2010) realizaram o estudo do golpe de aríete levando em conta a

interação fluido-estrutura pelo efeito de junção: a partir da consideração de diferentes singularidades, foram derivadas relações descritivas, utilizadas como condições de contorno no código numérico implementado. O método dos elementos finitos foi utilizado para as equações estruturais, ao passo que para as equações hidráulicas foi utilizado o método das características.

As equações para o golpe de aríete, considerando os efeitos de Poisson e de junção, foram numericamente solucionadas por Keramat et al. (2012), tanto pela aplicação do método das características puro como a partir da combinação entre este e o método dos elementos finitos (similarmente ao que fora feito por Ahmadi e Keramat (2010)). Sob ambas as perspectivas metodológicas foram obtidos resultados equivalentes. Todavia, o método das características puro apresentou maior rapidez e maior precisão na resolução. A análise realizada apontou ainda a necessidade de se considerar a FSI na obtenção de estimativas mais confiáveis, tanto para os valores de tensão, quanto na avaliação de deslocamentos de singularidades e forças de engaste.

Sob o aspecto da FSI, Bernard (2013) desenvolveu a análise experimental, analítica e numérica para o fenômeno do golpe de aríete em tubulações, efetuando ainda estudo paramétrico comparativo para avaliação da influência do ângulo de inclinação em sistemas horizontais e verticais de dutos. Para os sistemas horizontais, considerando arranjos subterrâneos, foi ainda investigada a interação destes com o solo. Na avaliação estrutural foi empregado o Método dos Elementos Finitos; na análise fluida foi utilizado o Método dos Volumes Finitos. As simulações foram conduzidas no ANSYS-CFX.

3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Esse capítulo é dedicado ao desenvolvimento das equações diferenciais parciais que regem o fenômeno do golpe de aríete. Inicialmente, é apresentada a formulação analítica do problema estrutural, e, na sequência, do problema fluido. Para o desenvolvimento do estudo analítico foram adotados, como referências principais, os trabalhos apresentados por Parmakian (1963), Larock, Jeppson e Watters (2000), Ghidaoui et al. (2005) e Bernard (2013) sobre a temática de interesse. Assim, a partir destes, foi elaborado um compilado no qual buscou-se explicitar algumas etapas, por vezes omitidas. Foram consideradas formulações propostas sob diferentes perspectivas e que datam de diferentes épocas. Todavia, embora distintas entre si, todas permanecem válidas e em corrente uso.

Postulada essa primeira parte, a abordagem é voltada à apresentação do equacionamento do ponto de vista da turbulência e da formulação numérica do problema do golpe de aríete, voltada diretamente para a simulação numérica por meio do ANSYS-CFX.

3.1 FORMULAÇÃO ANALÍTICA DO PROBLEMA ESTRUTURAL

A base da teoria atual do golpe de aríete remonta aos trabalhos experimentais desenvolvidos concomitantemente por Johannes von Kries, 1883, em Freiburg, Alemanha, e Joukowski, 1898, em Moscow, Rússia (TIJSSELING; ANDERSON, 2007).

A equação fundamental do golpe de aríete associa a variação da pressão (Δp) com a variação da velocidade (Δv) seguindo a relação (TIJSSELING; ANDERSON, 2007):

$$\Delta P = \rho_w a \Delta v \quad (1)$$

Onde: ρ_w é a massa específica do fluido e a , a velocidade do som no fluido contido no conduto. O termo a também é reportado como velocidade da onda de pressão (BERNARD, 2013).

A Equação (1) é comumente conhecida como equação de Joukowski, sendo ainda chamada de equação de Joukowski-Frizzel ou de Allieive.

Korteweg (1878) define a em função do módulo de *Bulk* (k) do fluido contido, da massa específica (ρ_w) do fluido, do módulo de elasticidade longitudinal (E) da parede do duto, de sua geometria espessura (e) e diâmetro (D) e do coeficiente c_1 , ajustado segundo a disposição da tubulação³, respeitando a relação (TIJSSELING; ANDERSON, 2007):

$$a = \sqrt{\frac{k}{\rho_w (1 + \frac{Dkc_1}{eE})}} \quad (2)$$

³ Os valores assumidos por c_1 serão abordados adiante no trabalho, considerando-se as três configurações mais comuns para a disposição dos condutos forçados.

A Equação 2 será abordada com mais detalhes nas seções subseqüentes desse trabalho.

Para entender o fenômeno do golpe de aríete é preciso ter em mente a capacidade dos materiais de se expandirem ou de se contraírem, sendo a intensidade desses movimentos dependente da pressão aplicada. Esse fenômeno acarreta tensão interna no material, que no caso de um fluido é transmitida para as paredes do recipiente que o contém e, portanto pode ser mensurada (GOLDMAN, 1953).

Para a finalidade de análise do golpe de aríete, admite-se que esse ocorra em uma coluna de água que escoar em um conduto sob pressão, como é o caso dos condutos forçados. Um aumento ou diminuição da pressão aplicada resultará em uma compressão ou expansão do volume do fluido, o que é devido à sua compressibilidade. Assim, é fácil ver que a capacidade de expansão e compressão da água leva a variações de intensidade da pressão que produzem as ondas de pressão conhecidas como golpe de aríete (GOLDMAN, 1953).

Dessa forma, a aplicação de uma força na coluna de água gera uma mudança em sua massa específica, sendo o efeito sentido primeiramente na adjacência do ponto onde for aplicada a força, de forma tal que, se há um aumento na massa específica, resultará um aumento de pressão; analogamente, uma redução da pressão será observada caso a força aplicada acarreta uma variação negativa da massa específica, produzindo, nesse caso, ondas de tensão de expansão na coluna de água, enquanto naquele, serão geradas ondas de tensão compressivas (GOLDMAN, 1953).

Assim, uma coluna de água que se move a uma velocidade constante ao longo de um conduto permanece nessa velocidade, desde que as condições do escoamento se mantenham inalteradas. O mesmo vale para uma coluna de água que esteja em repouso, o que nada mais é que a observância da 1ª Lei de Newton. Por essa razão, sempre que ocorre uma alteração na velocidade do escoamento de um conduto fechado sob pressão como consequência da aplicação de uma força a coluna de água imediatamente começa a ser comprimida ou a sofrer expansão. Quanto mais rápida for a mudança de velocidade do escoamento, maior será a expansão ou compressão; logo, maior será a redução ou aumento de pressão (GOLDMAN, 1953).

Assim, se a água é considerada incompressível, admitindo-se constante sua velocidade através do duto, a equação de Bernoulli governa o escoamento. Entretanto, uma vez que o regime se torne turbulento, o que de fato ocorre quando há variação na descarga ao longo dos intervalos de tempo, as variações de pressão ocorrem rapidamente no interior dos condutos e a equação de Bernoulli não é mais aplicável (PARMAKIAN, 1963).

Desta forma, para obter as leis físicas básicas que regem o golpe de aríete, dois modelos de coluna de água são considerados: coluna rígida de água e coluna elástica de água. O primeiro modelo assume que as paredes do duto são rígidas e que a água é incompressível. Por conseguinte, as variações de pressão a partir do ponto de aplicação da força são sentidas imediatamente através do duto. Essa modelagem simplificada é válida para movimentos relativamente

lentos, como, por exemplo, o fechamento lento de válvulas. Todavia, para movimentos mais rápidos, o modelo de coluna elástica deve ser aplicado, levando em conta a compressibilidade da água e a rigidez das paredes do duto (PARMAKIAN, 1963).

Portanto, tendo em vista o escopo desse trabalho, a seção seguinte é dedicada à descrição das equações aplicadas ao modelo de coluna elástica.

3.1.1 Coluna Elástica de Água

Essa subseção é destinada à formulação do problema analítico, considerando a hipótese da coluna elástica de água. Para tanto admite-se que (PARMAKIAN, 1963):

- O duto permanece cheio de água ao longo do tempo, sendo o nível do reservatório mantido constante durante a manobra;
- A pressão mínima observada é superior à pressão de vapor da água e, portanto, não há formação de bolhas de gás no líquido e nem a ocorrência de escoamento cavitante;
- A velocidade da água na direção longitudinal é uniforme através da seção transversal;
- A pressão é uniforme através da seção transversal do duto e igual à pressão em sua linha central.

3.1.1.1 Equação do Momento

A equação do momento para um volume de controle (Fig. (3)) é dada por:

$$\sum F_{ext} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho_w \bar{v} dV + \int_{SC} \rho_w v (\bar{v} \cdot \mathbf{n}) dA \quad (3)$$

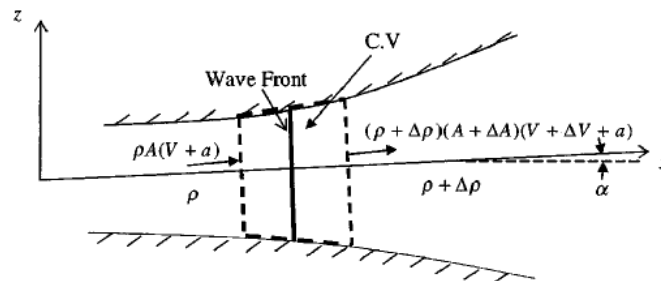


Figura 3: Volume de Controle: Equação do Momento (GHIDAUI et al., 2005).

Aplicando a Eq. (3) ao volume de controle apresentado na Fig.(3) e considerando que as forças atuando externamente sejam (GHIDAUI et al., 2005):

- A força gravitacional;

- A força de atrito agindo nas paredes do duto;
- A resultante da diferença de pressão entre as extremidades do volume considerado (gradiente de pressão).

Quando δx tende a zero, a equação axial do momento, por unidade de comprimento, será:

$$\frac{\partial \rho_w A v}{\partial t} + \frac{\partial \beta \rho_w A v^2}{\partial x} = -\gamma A \sin \alpha - \pi D \tau_w - A \frac{\partial P}{\partial x} \quad (4)$$

Onde: $\gamma = \rho_w g$, sendo γ o peso específico; α representa o ângulo entre o duto e o eixo horizontal e β é o coeficiente de correção do momento ⁴. Segundo Ghidaoui et al. (2005), a Eq. (4) pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho_w A} \frac{\partial (\beta - 1) \rho_w A v^2}{\partial x} + g \sin \alpha + \frac{\pi D \tau_w}{\rho_w A} + \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

Cabe agora, breve análise acerca da ordem de magnitude do número de Mach $M = U_1/a$ no golpe de aríete, onde U_1 representa a escala de velocidade. Para tanto, procede-se à análise de escala dos termos, utilizando $\rho_0 a U_1$ como escala de pressão, $T = \xi L/a$ como escala de tempo, $X = aT = \xi L$ como escala de comprimento longitudinal, $\rho_w f U_1^2/8$ como escala de cisalhamento na parede e T_d como escala temporal de difusão radial (GHIDAUI et al., 2005).

Assim, termos adimensionais, indicados por *, as grandezas da Eq. (5) podem ser escritos como:

$$\begin{aligned} v^* &= \frac{v}{U_1} = \frac{v}{Ma} \\ t^* &= \frac{t}{T} = \frac{ta}{\xi L} \\ x^* &= \frac{x}{aT} \\ \tau_w^* &= \frac{\tau_w 8}{\rho_w f U_1^2} \\ \rho^* &= \frac{\rho_w}{\rho_0} \Rightarrow \rho_w = \rho^* \rho_0 \Rightarrow \frac{1}{\rho_w} = \frac{1}{\rho^* \rho_0} \\ P^* &= \frac{P}{\rho_0 a U_1} \end{aligned} \quad (6)$$

⁴ A Equação do Momento é derivada assumindo-se que a velocidade do escoamento seja uniforme em cada seção; todavia, a velocidade varia ao longo da seção transversal e, por conseguinte, o valor real do momento difere daquele calculado admitindo-se velocidade média. O fator de correção do momento corrige tal diferença. Mais detalhes podem ser encontrados em Balachandran (2011).

Aplicando as escalas descritas no conjunto de Eq. (6) à Eq. (5) ter-se-ão, termo a termo, os seguintes resultados:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{Ma \partial v^*}{T \partial t^*}$$

$$v \frac{\partial v}{\partial x} = v^* Ma \frac{Ma \partial v^*}{a T \partial x^*} \Rightarrow v \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{M^2 a v^*}{T} \frac{\partial v^*}{\partial x^*}$$

$$\frac{\partial(\beta - 1) v^{*2} (Ma)^2}{\partial x^* a T} = \frac{\partial(\beta - 1) M^2 a v^{*2}}{\partial x^*} \frac{1}{T} \quad (7)$$

$$g \sin \alpha \frac{Ma}{T} \frac{T}{Ma} = \frac{Ma}{T} g \sin \alpha \frac{\xi L}{a} \frac{1}{U_1}$$

$$\begin{aligned} \frac{\pi D \rho f U_1^2 \tau_w^*}{\rho A} \frac{1}{8} &= \frac{\pi D}{8 A} f (Ma)^2 \tau_w^* \approx \frac{1}{2D} f (Ma)^2 \tau_w^* \frac{T}{T} \Rightarrow \frac{\pi D \rho f U_1^2 \tau_w^*}{\rho A} \frac{1}{8} = \frac{Ma}{T} \frac{1}{D} \frac{f}{2} \tau_w^* Ma T \\ &= \frac{Ma}{T} \frac{1}{D} \frac{f}{2} \tau_w^* Ma \frac{\xi L}{a} \Rightarrow \frac{\pi D \rho f U_1^2 \tau_w^*}{\rho A} \frac{1}{8} = \frac{Ma}{T} \frac{1}{D} \frac{f}{2} \tau_w^* M \xi L \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\rho_w} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{1}{\rho^* \rho_0} \frac{\rho_0 a U_1}{a T} \frac{\partial P}{\partial x^*} \Rightarrow \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{1}{\rho^*} \frac{Ma}{T} \frac{\partial P^*}{\partial x^*} \Rightarrow \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\rho_0}{\rho_w} \frac{Ma}{T} \frac{\partial P^*}{\partial x^*}$$

Assim, pode-se reescrever a Eq. (5) em termos adimensionais como:

$$\begin{aligned} \frac{Ma}{T} \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + \frac{M^2 a v^*}{T} \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + \frac{\partial(\beta - 1) M^2 a v^{*2}}{T} \frac{1}{\partial x^*} + \frac{Ma}{T} g \sin \alpha \frac{\xi L}{a} \frac{1}{U_1} + \frac{Ma}{T} \frac{1}{D} \frac{f}{2} \tau_w^* M \xi L \\ + \frac{\rho_0}{\rho_w} \frac{Ma}{T} \frac{\partial P^*}{\partial x^*} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

A Equação (8) pode ser, dividindo-se todos os termos por Ma/T , reescrita como:

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + M v^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + M v^{*2} \frac{\partial(\beta - 1)}{\partial x^*} + g \sin \alpha \frac{\xi L}{a} \frac{1}{U_1} + M \frac{\xi L}{D} \frac{f}{2} \tau_w^* + \frac{\rho_0}{\rho_w} \frac{\partial P^*}{\partial x^*} = 0 \quad (9)$$

De fato, para o golpe de aríete, M varia, geralmente, entre 10^{-2} e 10^{-3} (GHIDAOU et al., 2005). Com $M \ll 1$, a Eq. (8) pode ser simplificada, e se torna:

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + g \sin \alpha \frac{\xi L}{a} \frac{1}{U_1} + \frac{\rho_0}{\rho_w} \frac{\partial P^*}{\partial x^*} = 0 \quad (10)$$

Reescrevendo a Eq. (10) em termos dimensionais, tem-se:

$$\frac{\partial(v/U_1)}{\partial(ta/\xi L)} + g \sin \alpha \frac{\xi L}{U_1 a} + \frac{\rho_0}{\rho_w} \frac{\partial(P/\rho_0 U_1 a)}{\partial(x/\xi L)} = 0 \Rightarrow \frac{\partial v}{a \partial t} + g \frac{\sin \alpha}{a} + \frac{1}{a \rho_w} \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

Finalmente, reorganizando os termos, chega-se a:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial P}{\partial x} + g \sin \alpha = 0 \quad (12)$$

Pela definição de altura piezométrica, tem-se que: $P/\rho_0 g = H - Z$, onde H é a queda piezométrica, também denominada linha hidráulica. Tal equação pode ser derivada de Bernoulli, donde vem que: $P/\gamma + v^2/2g + Z = \text{constante}$. Dado que, da Fig. (3), $\sin \alpha = \partial Z/\partial x$, então a Eq.(12) se torna:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\rho_0}{\rho_w} \frac{\partial(H - Z)}{\partial x} + g \frac{\partial Z}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\rho_0}{\rho_w} \frac{\partial H}{\partial x} - g \frac{\rho_0}{\rho_w} \frac{\partial Z}{\partial x} + g \frac{\partial Z}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

Posto que para o golpe de aríete, onde $M \ll 1$, $\rho_0 \approx \rho_w$, tem-se:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} - g \frac{\partial Z}{\partial x} + g \frac{\partial Z}{\partial x} = 0 \quad (14)$$

Finalmente, tem-se:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \quad (15)$$

Na formulação apresentada por Ghidaoui et al. (2005) na parcela à esquerda da igualdade (Eq. (15)) aparece um termo adicional dado por $\pi D \tau_w / \rho_w A$, sendo τ_w a tensão cisalhante na parede. Suprimido em alguns casos, τ_w deve ser tomando em conta em situações para as quais o tempo de simulação exceda o primeiro ciclo de sobrepressão e depressão, sendo igualmente importante sob as seguintes considerações: dutos muito longos, dutos de diâmetros muito pequenos ou em casos de fator de atrito significativo. Além disso, se a escala de tempo de difusão radial for superior ao tempo de viagem da onda de pressão, τ_w também será influente, posto que o gradiente de velocidade radial não terá tempo suficiente para retomar as condições iniciais (GHIDAUI et al., 2005).

De outro modo, atribui-se valor zero à τ_w desde que o termo adimensional $\Gamma = (\xi L M f / 2D) + (\xi T_d / L/a)$ seja menor que a unidade. Essa condição é satisfeita para os primeiros estágios do transiente. Dessa forma, e posto que para o golpe de aríete o primeiro ciclo de onda de pressão conduza à resultados satisfatórios independentemente do uso de τ_w (GHIDAUI et al., 2005).

Por outro lado, supõe-se um duto de comprimento arbitrariamente pequeno dx . Dada a situação sob análise, a equação linear para escoamento permanente não se aplica. Entretanto, é possível considerar uma movimentação no sistema de coordenadas (Fig. (4)) a fim de que o escoamento transiente se assemelhe àquele permanente permitindo escrever:

$$\sum F_{ext} = \left(\sum \dot{Q} \rho_w v \right)_{out} - \left(\sum \dot{Q} \rho_w v \right)_{in} \quad (16)$$

Ao mover o sistema de referência a uma velocidade a (velocidade de propagação da onda de pressão) sob todos os aspectos o regime transiente passa a se comportar como permanente.

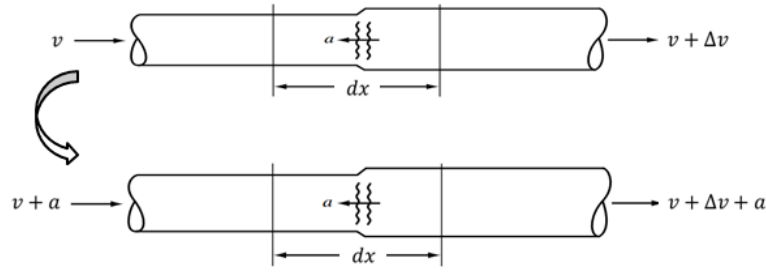


Figura 4: Translação do sistema de coordenadas (Adaptado de Larock, Jeppson e Watters (2000)).

Dessa forma, considerando-se apenas a componente paralela ao duto e admitindo-se que o fluxo entra e sai por uma única seção transversal ao longo do comprimento dx , a Eq. (16) se torna:

$$\sum F_{ext} = \dot{Q}\rho_w(v_{out} - v_{in}) \quad (17)$$

Explicitando-se as forças externas atuantes em um volume de controle especificado (Fig. (5)), tem-se:

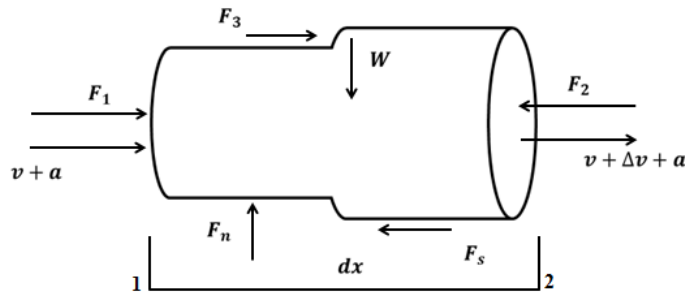


Figura 5: Forças atuantes sobre o Volume de controle - Equação do Momento (Adaptado de Larock, Jeppson e Watters (2000)).

O força indicada por F_s , causada pelo atrito lateral, é proporcional ao comprimento dx e portanto, pode ser desprezada; o mesmo ocorre para F_3 , uma vez que o abaulamento do duto seja irrisório. Logo, a equação do momento (Eq. (17)) será dada por:

$$F_1 - F_2 = \dot{Q}\rho_w[(v + \Delta v + a) - (v + a)] \quad (18)$$

Considerando que no ponto 1 atue uma pressão P_0 e, por conseguinte, em 2, $P_0 + \Delta P$, então:

$$\begin{cases} F_1 = P_0 A \\ F_2 = (P_0 + \Delta P)(A + \delta A) \end{cases} \quad (19)$$

Assim, o termo à esquerda da igualdade na Eq. (18) será reduzido a: $-\Delta P = -\Delta H \gamma$. Portanto:

$$-\gamma \Delta H A = \dot{Q}\rho_w \Delta v \quad (20)$$

Reescrevendo, na Eq.(20), o fluxo mássico \dot{Q} como $(v + a)A$, tem-se:

$$-\gamma \Delta H = \rho_w (v + a) \Delta v \quad (21)$$

Logo, reorganizando os termos expressos na Eq.(21):

$$\Delta H = -\frac{\rho_w}{\gamma} (v + a) \Delta v = -\frac{1}{g} (v + a) \Delta v = -\frac{a}{g} \left(1 + \frac{v}{a}\right) \Delta v \quad (22)$$

Recuperando $M = v/a \ll 1$, então a Eq.(22) se torna:

$$\Delta H = -\frac{a}{g} \Delta v \quad (23)$$

A Equação (23) é outra forma da equação fundamental de Joukowski (Eq. (1)) para o golpe de aríete, relacionando a variação de pressão e a variação da velocidade do escoamento. Na forma apresentada na Eq. (23), tem-se a onda de pressão do golpe de aríete movendo-se de montante a jusante do escoamento; para uma onda tomada de jusante a montante ter-se-á (GHIDAOUI et al., 2005):

$$\Delta H = \frac{a}{g} \Delta v \quad (24)$$

O resultado indicado na Eq.(24), equivale ao apresentado na Eq. (15), obtido a partir dessa, considerando-se o golpe de aríete em um duto de comprimento L , similarmente ao que fora feito, e definindo-se a posição do fenômeno em um tempo t como $x = L - at$: admitindo, para a Eq. (15), o intervalo de integração $[L - at - \epsilon, L - at + \epsilon]$, onde ϵ representa a distância em relação à frente de onda de pressão, tendo em vista a regra de Leibnitz e tomando o limite quando $\epsilon \rightarrow 0$ (GHIDAOUI et al., 2005).

3.1.1.2 Equação da Continuidade

A equação da continuidade é a segunda EDP que relaciona a pressão e a velocidade, levando em conta tanto a rigidez do duto quanto a compressibilidade da água. Ambos os aspectos serão discutidos em subtópicos distintos, sendo concatenados no momento oportuno adiante.

A passagem da onda de pressão característica do golpe de aríete afeta o sistema fluido-estrutura, influenciado tanto devido à rigidez do duto quanto pela compressibilidade da água.

Considera-se a variação de comprimento de um elemento de água, dado o comprimento inicial dx , entre os instantes t e $t + \delta t$, antes e após a passagem da onda de pressão ocasionada pelo golpe de aríete, respectivamente (PARMAKIAN, 1963). A Figura(6) representa o elemento de água antes de sofrer o impacto da onda de pressão do golpe de aríete; a Fig.(7), mostra o elemento de água após o fenômeno.

O comprimento \overline{BD} pode ser escrito em função da variação média da velocidade no espaço e no tempo e do intervalo de tempo dt como:

$$\overline{BD} = \left(v + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial x} \overline{BD} + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial t} dt \right) dt \quad (25)$$

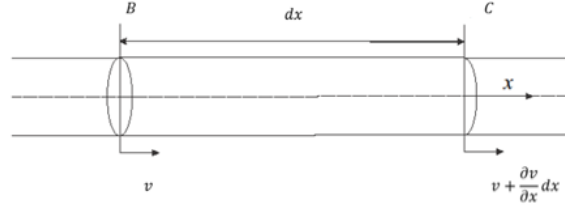


Figura 6: Elemento de água no instante t que antecede o golpe de aríete (Adaptado de Bernard (2013)).

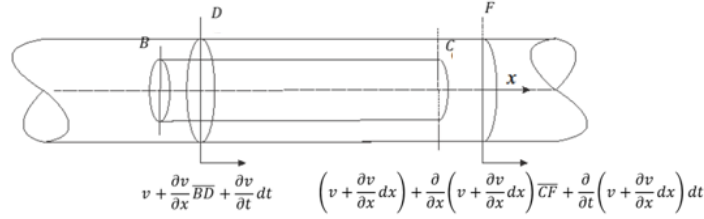


Figura 7: Elemento de água no instante $t + \delta t$ após o golpe de aríete (Adaptado de Bernard (2013)).

Analogamente:

$$\overline{CF} = \left[\left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \right) \overline{CF} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \right) dt \right] dt \quad (26)$$

A mudança no comprimento do elemento de água entre os instantes t e $t + \delta t$ é obtida pela diferença $\overline{BD} - \overline{CF}$, subtraindo-se a Eq (26) da Eq.(25) :

$$\begin{aligned} \overline{BD} - \overline{CF} = & vdt + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial x} \overline{BD} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial t} dt^2 - vdt - \frac{\partial v}{\partial x} dxdt - \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial x} \overline{CF} dt \\ & - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \overline{CF} dxdt - \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial t} dt^2 - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} dxdt^2 \end{aligned} \quad (27)$$

Reorganizando os termos da Eq.(27) e desprezando aqueles muito pequenos, nesse caso referentes às derivadas de segunda ordem:

$$\left(\overline{BD} - \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial x} \overline{BD} dt \right) - \left(\overline{CF} - \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial x} \overline{CF} dt \right) = \frac{\partial v}{\partial x} dxdt \quad (28)$$

Os termos à esquerda da igualdade, Eq.(28), podem ser reescritos considerando-se que tanto do segmento \overline{BD} quanto do \overline{CF} subtraem-se quantidades ínfimas, se comparadas ao valor propriamente dito de tais segmentos, assim:

$$\overline{BD} - \overline{CF} = -\frac{\partial v}{\partial x} dxdt \quad (29)$$

A Equação (29) representa a variação do comprimento do elemento de água: tal variação deve considerar os efeitos tanto da rigidez do duto quanto da compressibilidade da água; essas influências são calculadas na sequência.

3.1.1.2.1 Rigidez do duto

A variação no comprimento do elemento de água, δL_P , devido à rigidez do duto, sendo $A = \pi D^2/4$ a área da seção transversal do duto, é dada por (BERNARD, 2013):

$$\delta L_P = \frac{\delta V}{A} \quad (30)$$

Conforme já mencionado, a mudança na pressão acarreta, no duto, efeito de expansão ou contração, produzindo nesse uma variação dimensional a fim de que o mesmo volume de água, considerado *a priori*, seja abarcado *a posteriori* do fenômeno do golpe de aríete.

Seguindo esse raciocínio, deve-se atentar ao fato de que, quando um duto é submetido a uma pressão interna, concomitantemente à origem de uma expansão diametral σ_h , ocorre uma contração longitudinal σ_l , de magnitude proporcional à primeira, estando essas relacionadas pelo coeficiente de Poisson ν , dado pela razão entre a deformação induzida e a deformação aplicada. Portanto, ambas as contribuições devem ser consideradas na variação de volume do duto (HIBBELER, 2010).

Dessa forma, considerando as direções transversal e longitudinal, a deformação específica ϵ resultante em uma direção será a soma da deformação específica direta nessa direção com aquela induzida devido à tensão aplicada na outra direção. Logo, para tensões bidimensionais aplicadas a dutos de paredes finas:

$$\begin{cases} \sigma_l = E \left(\frac{\epsilon_l + \nu \epsilon_h}{1 - \nu^2} \right) \\ \sigma_h = E \left(\frac{\epsilon_h + \nu \epsilon_l}{1 - \nu^2} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \epsilon_l = \frac{\sigma_l - \nu \sigma_h}{E} \\ \epsilon_h = \frac{\sigma_h - \nu \sigma_l}{E} \end{cases} \quad (31)$$

Considerando que, para as ondas de pressão do golpe de aríete existam tensão e deformação residuais no duto, causadas pelo fluxo estacionário, o conjunto de Eq. (31) é considerado na forma incremental; assim:

$$\begin{cases} \Delta \sigma_l = E \left(\frac{\Delta \epsilon_l + \nu \Delta \epsilon_h}{1 - \nu^2} \right) \\ \Delta \sigma_h = E \left(\frac{\Delta \epsilon_h + \nu \Delta \epsilon_l}{1 - \nu^2} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta \epsilon_l = \frac{\Delta \sigma_l - \nu \Delta \sigma_h}{E} \\ \Delta \epsilon_h = \frac{\Delta \sigma_h - \nu \Delta \sigma_l}{E} \end{cases} \quad (32)$$

Dessa forma, a variação total de volume do duto δV será:

$$\delta V = \delta V_c + \delta V_l \quad (33)$$

Onde, δV_c representa a variação no volume, causada pela deformação circunferencial e δV_l , aquela oriunda da deformação longitudinal. Sendo r o raio do duto, D seu diâmetro e dx o comprimento inicial:

$$\delta V_c = \pi(r + \delta r)^2 dx - \pi r^2 dx \quad (34)$$

$$\begin{aligned}\delta V_c &= \pi(r^2 + 2r\delta r + \delta r^2)dx - \pi r^2 dx \Rightarrow \delta V_c \\ &= \pi r^2 dx - \pi r^2 dx + 2\pi r\delta r dx + \pi\delta r^2 dx\end{aligned}\quad (35)$$

Como $\pi\delta r^2 dx \approx 0$, na Eq.(35) tem-se que:

$$\delta V_c = 2\pi r\delta r dx \Rightarrow \delta V_c = \pi D \frac{\delta D}{2} dx \quad (36)$$

Para um corpo, a deformação específica ε está atrelada ao alongamento ou à contração δl e ao seu comprimento inicial l pela relação $\delta l = \varepsilon l$. Por analogia, e considerando a existência de tensões e deformações residuais para o fenômeno em análise:

$$\delta D = D\Delta\varepsilon_c \quad (37)$$

Assim, a Eq.(36) se torna:

$$\delta V_c = \frac{1}{2}\pi D^2 \Delta\varepsilon_c dx \quad (38)$$

Similarmente (Eq.(39) - Eq.(41)):

$$\delta V_l = \pi r^2(dx + \delta x)^2 - \pi r^2 dx \Rightarrow \delta V_l = \pi r^2 dx - \pi r^2 dx + \pi r^2 \delta x \Rightarrow \delta V_l = \pi r^2 \delta x \quad (39)$$

Logo:

$$\delta V_l = \pi \frac{D^2}{4} \delta x \quad (40)$$

Sabendo que $\delta x = dx\Delta\varepsilon_l$, então:

$$\delta V_l = \pi \frac{D^2}{4} \Delta\varepsilon_l dx \quad (41)$$

Finalmente, a Eq.(33) é reescrita como:

$$\delta V = \pi \frac{D^2}{4} (\Delta\varepsilon_l + 2\Delta\varepsilon_c) dx \quad (42)$$

Substituindo os valores de $\Delta\varepsilon_l$ e $\Delta\varepsilon_c$ (Eq.(32)) na Eq. (42), tem-se:

$$\delta V = \pi \frac{D^2}{4E} [(\Delta\sigma_l - \nu\Delta\sigma_c) + 2(\Delta\sigma_c - \nu\Delta\sigma_l)] dx \quad (43)$$

Finalmente, considerando-se a relação dada pela Eq.(30):

$$\delta L_P = \frac{1}{E} [(\Delta\sigma_l - \nu\Delta\sigma_c) + 2(\Delta\sigma_c - \nu\Delta\sigma_l)] dx \quad (44)$$

Para a determinação dos valores de $\Delta\sigma_l$ e $\Delta\sigma_c$, tomados como condições de contorno, três situações distintas são tipicamente consideradas (BERNARD, 2013):

1. Duto engastado em uma extremidade e livre na outra, podendo se deslocar na longitudinal;
2. Duto engastado na longitudinal ao longo de todo o seu comprimento;
3. Duto com juntas de expansão, entre os engastes, ao longo de todo o duto.

Partindo da situação 1 e considerando-se o duto como um vaso de pressão cilíndrico de paredes finas, segundo Hibbeler (2010), tem-se que:

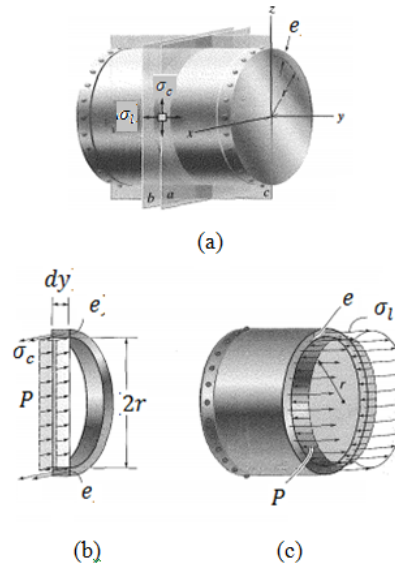


Figura 8: (a)Tensões em vasos de pressão cilíndricos de paredes finas: (b) tensão circunferencial/ transversal e (c)tensão longitudinal (Adaptado de Hibbeler (2010)).

Tomando-se a Figura8 (b), considerando-se apenas as cargas na direção x , desenvolvidas por σ_c , atuante sobre toda a parede do vaso, e pela pressão atuante na face vertical seccionada do fluido, tem-se que:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 2\sigma_c (dy \cdot e) - P(Ddy) = 0 \quad (45)$$

$$\therefore \sigma_c = \frac{P(Ddy)}{2(dy \cdot e)} \quad (46)$$

Reescrevendo a Eq.(46) e tomando-na em termos incrementais:

$$\Delta\sigma_c = \frac{\Delta PD}{2e} \quad (47)$$

Tomando agora a Figura 8(c), nota-se que σ_l age sobre toda a parede, sendo P a pressão exercida pelo fluido ao longo de toda a seção de fluido. Assim:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2\sigma_l(2\pi r \cdot e) - P(\pi r^2) = 0 \quad (48)$$

$$\sigma_l = \frac{P(\pi r^2)}{(2\pi r \cdot e)} \rightarrow \sigma_l = \frac{Pr}{2e} \quad (49)$$

Logo, em termos incrementais, a Eq.(49) será dada por:

$$\Delta\sigma_l = \frac{\Delta PD}{4e} \quad (50)$$

Por conseguinte, analisando os resultados expressos pelas Eq. (47) e (50):

$$\Delta\sigma_c = 2\Delta\sigma_l \quad (51)$$

Assim, a Eq. (44) pode ser reescrita, explicitando-se os termos de tensão e considerando $\Delta P = \gamma\Delta H$, como:

$$\delta L_P = \frac{\gamma\Delta HD}{Ee} \left(\frac{5}{4} - \nu \right) dx \quad (52)$$

De fato, para a tensão circunferencial na parede do duto, assume-se que as condições estáticas, sob as quais o valor de σ_c foi calculado na Eq. (47), aproximam satisfatoriamente o comportamento dinâmico, hipótese validada ao longo dos anos por meio de resultados experimentais.

Entretanto, ao passo que o resultado da Eq. (47) é válida para todos os tipos de restrição definidas nas situações 1, 2 e 3, a relação tensão-deformação longitudinal varia conforme a restrição imposta (LAROCK; JEPPSON; WATTERS, 2000).

Dessa forma, o resultado da Eq. (50) apenas é aplicável à situação 1, ou seja, considerando um duto engastado em uma extremidade e livre na outra, podendo se deslocar na longitudinal. Por outro lado, se o duto estiver rigidamente engastado ao longo de todo o comprimento longitudinal, situação 2, então não haverá deformação axial, ou seja $\varepsilon_l = 0$ e, por conseguinte, $\Delta\sigma_l = \nu\Delta\sigma_c$. Logo, a Eq. (44) será:

$$\delta L_P = \frac{\gamma\Delta HD}{Ee} (1 - \nu^2) dx \quad (53)$$

Finalmente, caso o duto possua juntas de expansão, situação 3, $\Delta\sigma_l = 0$, não havendo interesse sobre o valor de $\Delta\varepsilon_l$. E nesse caso, a Eq. (44) se torna:

$$\delta L_P = \frac{\gamma\Delta HD}{Ee} \left(1 - \frac{\nu}{2} \right) dx \quad (54)$$

Note, portanto, que a Eq. (44) foi reescrita de três formas distintas, segundo as restrições impostas. Dessa forma, define-se uma equação de recorrência dada por:

$$\delta L_P = \frac{\gamma\Delta HD}{Ee} c_1 dx \quad (55)$$

A constante c_1 assume os valores: $\frac{5}{4} - \nu$ para a situação 1, $1 - \nu^2$ na situação 2 e $1 - \frac{\nu}{2}$, na condição 3.

Apenas para esclarecimento, em algumas referências, como Tullis (1989), podem ser encontrados valores de C_1 distintos dos aqui apresentados: considerando-se as mesmas situações, 1, 2 e 3, c_1 é dado, respectivamente por: $1 - \frac{1}{2}\nu$, $1 - \nu^2$ e 1. Isso se deve ao fato de admitir-se, no cálculo da variação do volume, apenas a contribuição longitudinal, reduzindo-se, em última instância, a Eq. (44) a $\delta L_P = \frac{1}{E} (\Delta\sigma_l - \nu\Delta\sigma_c) dx$. Todavia, no presente trabalho, seguiu-se a recomendação de Parmakian (1963), Larock, Jeppson e Watters (2000) e Bernard (2013), e, portanto, ambas as contribuições - longitudinal e circunferencial - foram tomadas na variação do volume duto.

3.1.1.2.2 Compressibilidade da água

Os efeitos da compressibilidade da água também devem ser considerados na variação do comprimento do elemento de água: o aumento de pressão causado pelo golpe de aríete causa redução no volume de água (LAROCK; JEPPSON; WATTERS, 2000).

Sendo k o módulo de *Bulk* da água, a variação no volume de água (δV_w), sendo V_0 o volume inicial do fluido e dx o comprimento inicial do elemento de água, pode ser escrita como (PARMAKIAN, 1963) e (BERNARD, 2013):

$$\delta V_w = \frac{\gamma \Delta H V_0}{k} \quad (56)$$

Dessa forma, a Eq. (56) será:

$$\delta V_w = \frac{\gamma \Delta H}{k} (\pi r^2 dx) \quad (57)$$

Finalmente, a variação no comprimento do elemento de água devido à compressibilidade da água, seguindo novamente a relação da Eq. (30), é dada por (PARMAKIAN, 1963) e (BERNARD, 2013):

$$\delta L_w = \frac{\gamma \Delta H}{k} dx \quad (58)$$

Assim, a variação total no comprimento do elemento dada pela Eq. (29) equivale à soma da variação de comprimento devido à rigidez do duto, Eq. (55), e devido à compressibilidade da água, Eq. (58):

$$-\frac{\partial v}{\partial x} dx dt = \frac{\gamma \Delta H D}{Ee} c_1 dx + \frac{\gamma \Delta H}{k} dx \quad (59)$$

Em forma compacta, e tomando dH , escreve-se a Eq. (59) como:

$$-\frac{\partial v}{\partial x} dx dt = \gamma dH \left(\frac{Dc_1}{Ee} + \frac{1}{k} \right) dx \quad (60)$$

Para tratar o termo de pressão dH , deve-se considerar que, assim como ocorre para a velocidade v , $H = H(x, t)$. Portanto:

$$dH = \frac{\partial H}{\partial x} dx + \frac{\partial H}{\partial t} dt \quad (61)$$

Convenientemente, escreve-se a Eq. (61):

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial x} v + \frac{\partial H}{\partial t} \right) dt \quad (62)$$

Assim, substituindo o resultado da Eq. (62) na Eq. (60), tem-se:

$$-\frac{\partial v}{\partial x} dx dt = \gamma \left(\frac{\partial H}{\partial x} v + \frac{\partial H}{\partial t} \right) \left(\frac{Dc_1}{Ee} + \frac{1}{k} \right) dx dt \quad (63)$$

Logo, a Eq. (63) será:

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = \gamma \left(\frac{\partial H}{\partial x} v + \frac{\partial H}{\partial t} \right) \left(\frac{Dc_1}{Ee} + \frac{1}{k} \right) \quad (64)$$

Finalmente:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial x} \left[\gamma \left(\frac{Dc_1}{Ee} + \frac{1}{k} \right) \right]^{-1} \quad (65)$$

Segundo Bernard (2013), a variação da pressão em relação à posição é insignificante frente à variação no tempo; dessa forma reescreve-se a Eq. (65) como:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \left[\rho g \left(\frac{Dc_1}{Ee} + \frac{1}{k} \right) \right]^{-1} = 0 \quad (66)$$

Na Equação (66), sendo $\rho = \rho_w$, identifica-se o termo de velocidade da onda de pressão (a) reportado na Eq. (2). Assim:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (67)$$

Percebe-se que o termo a é reportado na formulação das duas EDPs constituintes do sistema de equações governantes do golpe de aríete. Dessa forma, a seção seguinte é destinada ao tratamento desse termo, a partir da Equação da Continuidade.

3.1.1.3 Velocidade da Onda de Pressão

Para o cálculo da velocidade da onda de pressão, é necessário considerar, novamente, a rigidez do duto e a compressibilidade da água. Entretanto, essas quantidades são tomadas separadamente e então acopladas no momento oportuno.

Assim, da rigidez do duto, advém o valor da variação do volume δV e da compressibilidade da água, a quantidade $\delta \rho$.

Todavia, primeiramente, é necessário trabalhar a compressibilidade da água sob outra perspectiva. Recuperando aqui o fato de que o aumento de pressão causado pelo golpe de aríete causa redução no volume de água, então $\rho V = \text{constante}$ (LAROCK; JEPPSON; WATTERS, 2000). Logo: $V\delta\rho + \rho\delta V = 0$. Portanto (BERNARD, 2013):

$$\delta\rho = -\rho\frac{\delta V}{V} \quad (68)$$

Posto que k seja o módulo de *Bulk* dado por:

$$k = -\frac{dP}{dV/V} \quad (69)$$

Então, admitindo $dV \approx \delta V$, a Eq. (68) é dada por:

$$\delta\rho = \rho\frac{dP}{k} \quad (70)$$

Finalmente, posto que $dP = \gamma dH$, então reescreve-se a Eq. (70) como:

$$\delta\rho = \rho\gamma\frac{dH}{k} \quad (71)$$

Durante o intervalo de tempo requerido para a passagem da onda de pressão através do volume de controle considerado, a massa acumulada na seção pode ser expressa por (LAROCK; JEPPSON; WATTERS, 2000):

$$\delta m = \rho v A \delta t - (\rho + \delta\rho)(v + \Delta v)(A + \delta A)\delta t \quad (72)$$

Abrindo a expressão e desconsiderando os termos que se tornam irrisórios, a Eq. (72) pode ser reescrita, em relação ao comprimento do duto dx e à velocidade a da onda, como:

$$\delta m = -\rho A \Delta v \frac{dx}{a} \quad (73)$$

Por outro lado a massa acumulada pode ser computada subtraindo-se a massa existente antes da passagem da onda de pressão, daquela observada depois. Dessa forma, considerando-se massa como o produto entre massa específica e volume, tem-se:

$$\delta m = (\rho + \delta\rho)(V + \delta V) - \rho V \quad (74)$$

Logo, igualando as Eq. (73) e (74):

$$\rho\delta V + V\delta\rho = -\rho A \Delta v \frac{dx}{a} \quad (75)$$

Os valores de $\delta V = \delta L_P \cdot A$ e $\delta \rho$ são obtidos das Eq. (55) e (71), respectivamente. Assim, a Eq. (75) se torna:

$$A\rho \frac{\gamma \Delta H D}{Ee} c_1 dx + V\rho \gamma \frac{dH}{k} = -\rho A \Delta v \frac{dx}{a} \quad (76)$$

Admitindo-se que o volume V pode ser reescrito como o produto entre A e dx , então para Eq. (76):

$$A\rho \frac{\gamma \Delta H D}{Ee} c_1 dx + A dx \rho \gamma \frac{dH}{k} = -\rho A \Delta v \frac{dx}{a} \quad (77)$$

Assumindo que $\Delta H \approx dH$ e simplificando a Eq. (77):

$$\gamma dH \left(\frac{Dc_1}{Ee} + \frac{1}{k} \right) = -\frac{\Delta v}{a} \quad (78)$$

Tomando-se a forma da equação fundamental de Joukowski expressa na Eq. (23) tem-se que:

$$-\frac{a}{g} \Delta v \gamma \left(\frac{Dc_1}{Ee} + \frac{1}{k} \right) = -\frac{\Delta v}{a} \quad (79)$$

Manipulando-se chega-se a:

$$a^2 \rho \left(\frac{Dc_1}{Ee} + \frac{1}{k} \right) = 1 \quad (80)$$

Finalmente, reorganizando os termos, e sabendo-se que, nesse caso, $\rho = \rho_w$ tem-se a expressão para a velocidade do som na água, também denominada celeridade do som, dada por:

$$a = \sqrt{\frac{k}{\rho_w \left(1 + \frac{Dkc_1}{Ee} \right)}} \quad (81)$$

A Equação (81) é conhecida como equação de Korteweg, conforme reportado no início da seção 3.1, Eq. (2).

3.1.2 Conclusões da Formulação Analítica do Problema Estrutural

Essa subseção apenas é destinada à recuperar as duas equações que constituem o sistema governante do golpe de aríete, cujas formulações foram desenvolvidas ao longo das seções 3.1.1.1 e 3.1.1.2. Assim, as equações diferenciais parciais que relacionam as variáveis dependentes (pressão e velocidade) e as variáveis independentes (posição no espaço e o tempo) são sintetizadas:

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (82)$$

3.2 FORMULAÇÃO ANALÍTICA DO PROBLEMA FLUIDO

O golpe de aríete H pode ser teoricamente calculado admitindo-se que a variação total da quantidade de movimento é igual à impulsão da força na seção próxima à válvula.

Partindo de Souza, Santos e Bortoni (2009). Sendo o impulso dado por $I = \int_0^{t_v} \Delta F dt$ e a variação da quantidade de movimento, sendo V o volume, A , a área da seção transversal e L , seu comprimento, é $\Delta Q = \Delta(mv) = \Delta(\rho Vv) = \Delta\left(\frac{\gamma}{g}ALv\right)$. Considerando que:

- ΔF varie linearmente no tempo;
- $\Delta F = \Delta F_1 \frac{t_v}{t}$, onde t_v representa o tempo de fechamento da válvula;
- $\Delta F_1 = PA$;
- Em termos de metros de coluna de água a pressão seja dada por ($P = \rho_w g H = \gamma H$).

Então:

$$\int_0^{t_v} \Delta F dt = \frac{\gamma HA}{t_v} \int_0^{t_v} t dt = \gamma HA \frac{t_v^2}{2t_v} = \gamma HA \frac{t_v}{2} \quad (83)$$

Logo, a Eq. (83) se torna:

$$\gamma HA \frac{t_v}{2} = \frac{\gamma}{g} ALv \quad (84)$$

Finalmente, reescrevendo a Eq. (84):

$$H = \frac{2Lv}{gt_v} \approx 0,2 \frac{Lv}{t_v} \quad (85)$$

A Eq. (85) é conhecida como Fórmula de Micheaud; tal equação desconsidera tanto a compressibilidade da água quanto a rigidez do duto.

Sendo T definido como semiperíodo⁵ dado por:

$$T(s) = 2L/a \quad (86)$$

Assim sendo, H (Eq. (85)) pode ser reescrito como:

$$H = \frac{Tav}{gt_v} \quad (87)$$

Segundo o valor de T :

- $t_v < T$, tem-se uma manobra rápida;

⁵ Semiperíodo: tempo que a onda de pressão do golpe de aríete leva para se deslocar da válvula até a barragem, retornando, em seguida, até a válvula.

- $t_v = T$, tem-se uma manobra crítica e
- $t_v > T$, tem-se uma manobra lenta.

Allievi demonstrou que a fórmula de Micheaud (Eq. (85)) só é aplicável para manobras lentas, definindo então para manobras rápidas:

$$H = \frac{av}{g} \quad (88)$$

A Equação (88) foi desenvolvida analiticamente na seção 3.1.1.1; para descrevê-la em termos da pressão P , segue-se que:

$$\rho_w g H = \rho_w a v \quad (89)$$

$$P = \rho_w a v \quad (90)$$

Tomando-se a Eq. (90) em sua forma incremental, chega-se a:

$$\Delta P = \rho_w a \Delta v \quad (91)$$

O que recupera a equação fundamental do golpe de aríete: seção 3.1, Eq. (1).

Sendo a a velocidade da onda de pressão, também chamada celeridade, dada por:

$$a = \sqrt{\frac{k^*}{\rho_w}} \quad (92)$$

O termo k^* é o módulo efetivo de *Bulk*, que contempla os efeitos combinados da compressibilidade do fluido e da rigidez do duto (TIJSSELING; ANDERSON, 2007). Assim:

$$k^* = \frac{k}{\left(1 + \frac{DkC_1}{Ee}\right)} \quad (93)$$

O que retoma o resultado obtido na seção 3.1.1.3, concatenando em sua totalidade a formulação analítica do problema do golpe de aríete, tanto do ponto de vista estrutural, item 3.1, quanto do ponto de vista fluido, item 3.2.

3.3 FORMULAÇÃO DE TURBULÊNCIA EM FLUIDOS

A modelagem da turbulência é requerida na análise do golpe de aríete, fenômeno que na maioria dos casos, bem como ocorre para a maioria dos escoamentos encontrados na natureza e em aplicações práticas, caracteriza escoamento turbulento (GHIDAOU et al., 2005). Dessa forma, essa seção aborda alguns aspectos desse campo da mecânica dos fluidos, sem, todavia, intencional desenvolver estudo exaustivo nesse âmbito.

A turbulência, bem como o campo correlato da transição à turbulência a partir de um regime laminar, figuram entre os assuntos científicos mais seriamente pesquisados no último século. Isso pode ser associado, em parte, à presença do comportamento turbulento em qualquer sistema dinâmico, desde que este seja caracterizado por um alto número de graus de liberdade, apresentando, portanto, alto número de Reynolds. Por conseguinte, o conhecimento acerca dos mecanismos físicos governantes de tal fenômeno é de caráter fundamental (SILVEIRA-NETO, 2002a) e (MÖLLER; SILVESTRINI, 2004).

Os escoamentos turbulentos são altamente instáveis, apresentando flutuações dependentes do tempo e da posição no espaço. Um escoamento laminar se torna turbulento como resultado de instabilidades hidrodinâmicas, as quais estão relacionadas à interação bastante complexa entre os termos viscosos e aqueles termos inerciais não-lineares representados nas equações de movimento. Soluções gerais ainda não são possíveis devido à inexistência de modelos matemáticos suficientemente desenvolvidos para as equações diferenciais parciais não lineares; atrelando-se a isso as aleatoriedades do sistema, as equações que regem a turbulência se tornam quase intratáveis, fazendo desse, um dos principais fenômenos físicos sem solução na atualidade (TENNEKES; LUMLEY, 1972), (DAVIDSON, 2004) e (BATCHELOR, 2010).

De fato, a presença de perturbações randômicas é inevitável em um sistema real; se tais perturbações forem extintas, o escoamento permanecerá estável; entretanto, uma vez que essas tomem maiores proporções, o escoamento passará a obedecer a regime turbulento. Tal transição pode ser observada especialmente para escoamentos laminares submetidos a condições críticas de velocidade e forças, por exemplo (BATCHELOR, 2010). Por outro lado, a turbulência não se mantém por si só, dependendo, portanto, da obtenção de energia a partir do ambiente na qual se desenvolve. Dessa forma, caso inexista mecanismo de manutenção, o número de Reynolds diminui, e, como consequência, o escoamento tende a voltar ao regime laminar inicial (TENNEKES; LUMLEY, 1972).

Portanto, conforme mencionado anteriormente, a turbulência se desenvolve a altos números de Reynolds, sendo tanto a transição de regime de laminar para turbulento quanto a manutenção da turbulência dependentes desse parâmetro. Definindo-se aqui o número de Reynolds como a razão entre os efeitos convectivos não lineares, que atuam como amplificadores de perturbações e geradores de instabilidades, e os efeitos difusivos, que por sua vez inibem a formação de instabilidades, o regime turbulento depende da importância relativa entre tais efeitos, ocorrendo para Reynolds maior que a unidade (SILVEIRA-NETO, 2002b).

O alto número de Reynolds é uma das especificidades da turbulência. De fato, apesar dos estudos empreendidos nesse campo, o conhecimento atual ainda não permite definição fechada para a turbulência, preferindo-se assim, reconhecê-la através de características que lhe são próprias, algumas das quais são elencadas na sequência (DAVIDSON, 2004), (MÖLLER; SILVESTRINI, 2004), (POPE, 2011), (SILVEIRA-NETO, 2002a) e (SILVEIRA-NETO, 2002b):

- Irregularidade. Tal característica é atribuída à desorganização presente em um escoamento turbulento. O fato é que, apesar de as equações governantes (equações de Navier-Stokes, tratadas adiante) serem perfeitamente determinísticas, o campo de velocidade turbulento apresenta comportamento bastante aleatório. Assim, apesar da existência de equações regendo o fenômeno, a não-linearidade do problema torna impraticável o desenvolvimento de uma análise determinística completa, recorrendo-se, finalmente, aos métodos estatísticos para tratamento desses escoamentos. O ponto essencial é que, embora as propriedades detalhadas do campo de velocidade sejam imprevisíveis, suas propriedades estatísticas são reproduzíveis. Em suma, isso implica dizer que qualquer teoria de turbulência deve ser uma teoria estatística. A aplicação da estatística conduz à resultados suficientes para as análises recorrentes no campo da engenharia.
- Difusividade. A turbulência aumenta drasticamente o poder de difusão nos escoamentos sobre os quais atua, como consequência direta de flutuações de velocidade. Estas flutuações potencializam o contato entre partículas portadoras de propriedades físico-químicas em diferentes quantidades. Como consequência, surgem fortes gradientes.
- Multiplicidade de escalas. Como consequência do elevado número de graus de liberdade característico, as instabilidades presentes nos escoamentos turbulentos são compostas por outras instabilidades, cujo comprimento de onda é menor que aquele observado para as primeiras. Em outras palavras, as grandes escalas produtoras de energia são compostas por escalas menores dissipadoras de energia; assim, a transferência de energia entre diferentes escalas (cascata de energia) é devida à interação entre as múltiplas escalas existentes nos escoamentos turbulentos.
- Dissipatividade. As tensões de cisalhamento, intensificadas nos escoamentos turbulentos, conduzem à transformação de energia cinética em térmica através da dissipação viscosa, cujo efeito está diretamente relacionado aos gradientes oriundos das flutuações de velocidade. Assim, quanto mais intensas essas flutuações maior o efeito dissipativo. Portanto, a turbulência entra em regime de decaimento rápido, necessitando de inserção contínua de energia para sua manutenção.
- Rotacionalidade e Tridimensionalidade. A turbulência apenas ocorre em escoamentos que apresentem rotacionalidade, estando o processo de transição à turbulência, o qual leva a estados altamente rotacionais, relacionado à geração de vorticidade. Os vórtices advêm de instabilidades diversas, como: as instabilidades rotacionais de Kelvin-Helmholtz (presentes nos escoamentos turbulentos cisalhantes livres); as instabilidades em grampo de cabelo (originárias das ondas de Tollmien-Schlichting que se degeneram em turbulência tridimensional) e as instabilidades de Couette-Taylor (que se desenvolvem para escoamentos entre cilindros concêntricos rotativos). Nesses dois últimos casos, as instabilidades (grampo de cabelo e Couette-Taylor) se degeneram em turbulência tridimensional.

Além disso, tomando a equação de Helmholtz⁶ pode-se demonstrar que em escoamentos bidimensionais a cascata de energia deixa de existir, descaracterizando a turbulência; como consequência direta, conclui-se que todo escoamento turbulento deve ser tridimensional. Faz-se nesse item uma breve explanação acerca de um ponto de interesse para esse estudo, mais precisamente no que diz respeito ao tipo de escoamento desenvolvido no golpe de aríete no interior de condutos forçados: esse escoamento se caracteriza como escoamento turbulento confinado, podendo ser entendido como problema de camada limite. Tal definição conduz à outra, de maior relevância no presente contexto: em escoamentos que se desenvolvem na presença de paredes, a geração de instabilidades e a amplificação das perturbações decorrem dos efeitos viscosos, falando-se então em instabilidades de natureza viscosa; diferentemente, por exemplo, do percebido para os escoamentos cisalhantes livres caracterizados pela ausência de obstáculos nos quais as instabilidades que se desenvolvem são de natureza cisalhante, altamente dependentes do comportamento dos campos médios de velocidade, os quais devem apresentar o critério de inflexionalidade requisito para geração das instabilidades. Em todos os casos, o cenário de transição à turbulência apresenta características similares: a partir da amplificação de perturbações, surgem as instabilidades típicas do escoamento; essas instabilidades primárias se bifurcam gerando outras e finalmente se degeneram em um largo espectro de instabilidades, caracterizando a turbulência.

- Imprevisibilidade. A não-linearidade, característica dos escoamentos turbulentos, faz com que pequenas variações nas condições iniciais assumidas sejam amplificadas. Some-se a isso, as imperfeições nos modelos matemáticos e nos métodos de solução das equações. Dessa forma, e posto que o comportamento de um sistema dinâmico seja altamente sensível às condições iniciais que lhe são impostas, a repetitividade de um mesmo experimento é impossível. É interessante observar que a combinação desses fatores faz com que, apesar do caráter determinístico das equações governantes, exista aleatoriedade das soluções o que fora comentado no tópico referente à irregularidade dos escoamentos turbulentos. Complementarmente, fica assim explícito o fato de que a turbulência é uma característica do escoamento, e não do fluido.

As equações de Navier-Stokes são capazes de representar a natureza física de escoamentos newtonianos, sejam eles laminares ou turbulentos, desde que o número de Mach seja inferior a 15 (FERREIRA, 2006), quando então todas as escalas turbulentas são significativamente maiores que aquelas características dos movimentos moleculares⁷ (SILVEIRA-NETO, 2002a) o que conduz à outra propriedade do regime turbulento: a turbulência é um fenômeno que obedece a hipótese do contínuo, governado pelas equações da mecânica dos fluidos (TENNEKES; LUMLEY, 1972).

⁶ A equação de transporte da vorticidade, equação de Helmholtz, é obtida a partir da aplicação do operador rotacional à Equação (111).

⁷ Para o golpe de aríete a condição de $M < 15$ é atendida, posto que nesse fenômeno $M \ll 1$.

Modernas técnicas de simulação numérica têm sido desenvolvidas e adotadas na resolução das equações governantes (SILVEIRA-NETO, 2002a), coexistindo diferentes metodologias que objetivam viabilizar a simulação de escoamentos turbulentos (FERREIRA, 2006):

Dentre as metodologias disponíveis, a Simulação Numérica Direta (DNS) do inglês *Direct Numerical Simulation* é a mais intuitiva. A DNS consiste na solução numérica das equações de Navier-Stokes a partir da resolução de todo o espectro de energia associado ao movimento do fluido, o que requer a adoção de malhas extremamente refinadas, as quais possibilitem o cálculo para todas as escalas presentes no escoamento. Portanto, a DNS caracteriza técnica altamente exigente no que tange aos recursos computacionais e, por conseguinte, sua utilização é, ainda hoje, restrita à solução de escoamentos em geometrias razoavelmente simples e números de Reynolds baixos ou moderados.

Exigindo recursos computacionais significativamente mais modestos que os requisitados para a DNS, figura a Simulação de Grandes Escalas (LES) do inglês *Large Eddy Simulation*. A metodologia LES permite a simulação explícita das grandes escalas turbulentas, servindo-se de um modelo sub-malha para representação das pequenas estruturas, cujas dimensões são menores que o tamanho das malhas. Ao utilizar-se tal modelo, espera-se que esse seja mais universal, considerando-se que as menores escalas tendem a ser mais homogêneas e isotrópicas e, assim, menos afetadas pelas condições de contorno.

Empregada principalmente na solução de problemas práticos de engenharia, portanto, adotada nesse estudo, outra metodologia amplamente difundida é a modelagem clássica da turbulência, na qual o conceito de média é utilizado. Aqui, a solução das Equações de Navier-Stokes é baseada na solução das equações médias de Reynolds RANS (*Reynolds Average Navier-Stokes*) ou URANS (*Unsteady Reynolds Average Navier-Stokes*), caso o escoamento médio não seja permanente. Novamente, trata-se de um método menos exigente que a DNS em tempo de processamento e espaço de memória. Todavia, embora forneça bons resultados para as variáveis médias do escoamento, via de regra tal modelagem é inadequada para a análise de detalhes mais finos, que envolvam cálculo das flutuações de propriedades do escoamento. Entretanto, para boa parte dos problemas de engenharia, as propriedades médias fornecem características suficientes acerca do ponto de operação de um equipamento. Além disso, deve-se considerar que uma análise mais refinada pode elevar excessivamente o custo computacional.

Finalmente, há a Simulação por Metodologias Híbridas, que por meio da combinação de diferentes abordagens busca englobar simultaneamente aspectos da Decomposição de Reynolds e da Simulação de Grandes Escalas (SAGAUT, 1988).

Em resumo, admitindo-se a hipótese de que o fluido possa ser tratado como meio contínuo, as equações de Navier-Stokes constituem a formulação mais geral do comportamento de seu escoamento. Todavia, as malhas computacionais que se pode utilizar atualmente não são suficientemente refinadas para tratar as várias escalas associadas à turbulência. Baseado no exposto surgiu a ideia de separação ou decomposição das escalas de turbulência (SILVEIRA-

NETO, 2002b).

O processo de decomposição de escalas originou dois grupos de equações para os escoamentos turbulentos: as equações de Navier-Stokes filtradas, as quais, embora aqui citadas, não serão tratadas por estarem além do escopo do presente trabalho; e as equações médias de Reynolds (SILVEIRA-NETO, 2002b)

Dessa forma, adota-se como procedimento formalmente correto, segundo afirma (AZEVEDO, 2003), a média temporal das equações originais de Navier-Stokes, que resulta nas equações médias de Reynolds. O processo de tomada de média, apesar de acarretar a perda de informações de alta frequência, preserva as características do escoamento médio.

3.3.1 Decomposição de Reynolds

Reynolds propôs um processo de decomposição das equações governantes de Navier-Stokes através da análise do comportamento médio do escoamento, partindo do pressuposto de que toda variável dependente escalar ou vetorial pode ser decomposta em uma parte média temporal e uma parte flutuante (SILVEIRA-NETO, 2002a) e (MÖLLER; SILVESTRINI, 2004).

Assim, as equações conhecidas como equações de Navier-Stokes com média de Reynolds advém da expansão de todos os termos dependentes das equações governantes originais na soma de duas partes: uma parte de escoamento médio, que é a média temporal, e uma perturbação de média zero, que é a parte flutuante. Dessa forma, para uma quantidade genérica z , tem-se (AZEVEDO, 2003):

$$z = \bar{z} + z' \quad (94)$$

$$\bar{z}(t) = \frac{1}{T_p} \int_t^{t+T_p} z(\tau) d\tau \quad (95)$$

Nesse processo o período T_p de integração deve ser tomado de forma tal que seja suficientemente grande a fim de permitir que haja alguma média sobre as escalas de turbulência de alta frequência, ao mesmo tempo em que é pequeno o bastante se comparado à escala de tempo para variações nas quantidades do escoamento médio (AZEVEDO, 2003).

Com base na equação de decomposição (Eq. (94)) tem-se as seguintes propriedades, para as quais se admite que a média de uma variável seja uma constante (SILVEIRA-NETO, 2002b):

- A média de uma flutuação é nula;
- A média do produto entre uma variável média e a flutuação de uma variável é nula;
- A média do produto de duas médias equivale ao produto das duas médias.

Em resumo, o processo de obtenção das médias consiste em aplicar a definição dada pela Eq. (94) às equações originais de Navier-Stokes; na sequência, as equações resultantes são integradas ao longo de T_p , chegando-se às equações médias de Reynolds (AZEVEDO, 2003).

Escrevendo-se em notação indicial, tem-se a equação da continuidade dada por (AZEVEDO, 2003):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (96)$$

Tomando-se as quantidades médias dos termos da Eq. (96) chega-se a:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_j) = 0 \quad (97)$$

A equação do momento, apresentada inicialmente em notação indicial, tem sua forma original dada por:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (98)$$

Tomando-se as quantidades médias dos termos da Eq. (98) chega-se a:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (99)$$

Ao se adotar tal procedimento, surge, no termo não linear, a média do produto de duas variáveis desconhecidas. Assim, é necessário aplicar o processo de decomposição de escalas, tomando mão das propriedades intrínsecas a tal processo expostas anteriormente. Logo, a Eq. (99) se torna:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{u'_i u'_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (100)$$

A consequência imediata da conversão da equação original em equação média e do processo de decomposição de escalas é o aparecimento de um termo adicional $\tau_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$, conhecido como tensor de Reynolds, um tensor simétrico, composto por seis variáveis (RODRIGUES, 2003):

$$\bar{\tau} = \begin{bmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'w'} \end{bmatrix} \quad (101)$$

Reorganizando os termos da Eq. (100), é usual transpor-se o tensor de Reynolds para o segundo membro à direita da equação de forma a agrupá-lo ao tensor viscoso molecular, uma

vez que, guardadas as devidas proporções, a natureza física de ambos apresenta similaridades (SILVEIRA-NETO, 2002b) e (AZEVEDO, 2003).

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (102)$$

Aparentemente, as equações de Reynolds e aquelas originais de Navier-Stokes são similares, à exceção dos valores médios de velocidade e da pressão e de um termo adicional: as tensões de Reynolds, uma diferença crucial (POPE, 2011) e (RODRIGUES, 2003). Fica claro que para que seja possível chegar a alguma conclusão sobre o comportamento do escoamento médio é necessário saber algo sobre as tensões de Reynolds (DAVIDSON, 2004).

Quantitativamente, no caso do problema específico da turbulência, o sistema de equações representativas, devido à presença do tensor de Reynolds, passa a ser composto por dez variáveis: seis devido ao tensor propriamente dito, três componentes médias da velocidade e a componente de pressão. O número de equações, apesar do processo de tomada de médias e decomposição de escalas, se mantém inalterado, sendo constituído, portanto, de três componentes da equação média do momento e uma componente da equação média da continuidade. Logo, trata-se de um sistema composto por dez incógnitas e quatro equações (RODRIGUES, 2003).

Em suma, tem-se um sistema de equações não fechado: independentemente da quantidade de manipulações que se proceda, sempre haverá mais incógnitas estatísticas que equações relacionando-as (DAVIDSON, 2004). Esse fato é conhecido como problema de fechamento da turbulência, e decorre da existência do termo não linear na equação do momento e do processo de tomada de médias e decomposição de escalas, conforme já reportado (DAVIDSON, 2004) e (SILVEIRA-NETO, 2002b). Adicionalmente, diz-se que o problema de fechamento é uma característica recorrente em sistemas dinâmicos não lineares (DAVIDSON, 2004).

A ironia é que, caso não fosse tomada uma abordagem estatística, então ainda se teria uma equação governante perfeitamente determinística, mas que seria aplicada na predição de um campo de velocidade caótico. Por outro lado, devido à aplicação da estatística, as quantidades de interesse não são aleatórias e perfeitamente reproduzíveis; todavia, não se tem um sistema fechado de equações que as possa descrever (DAVIDSON, 2004).

Para solucionar o problema de fechamento das equações médias, é imprescindível proceder à modelagem das correlações turbulentas que compõem o tensor de Reynolds (RODRIGUES, 2003). Nesse ponto, são possíveis duas abordagens (AZEVEDO, 2003):

- Derivar novas equações para o termo novo;
- Modelar o termo novo.

É válido ressaltar a importância de, independentemente do caminho tomado para calcular esse novo termo, não se perder de vista o significado físico nele contido: o problema de

fechamento é resultado do processo de tomada de média, que é um procedimento matemático no qual pode ocorrer perda de informação. Dessa forma, a quantidade representada por esse novo termo diz respeito a fenômenos turbulentos, que foram anteriormente desconsiderados pela tomada da média(AZEVEDO, 2003) e (FERREIRA, 2006).

A primeira opção, apesar de aparentemente mais simples, esbarra em um impasse dificilmente vencível. O fato é que o tensor de Reynolds é um tensor de segunda ordem; a tentativa de derivar uma nova equação para este termo, faz surgir outro termo adicional de ordem superior, ou seja, um tensor de terceira ordem. O aparecimento desse novo termo recai no problema inicial, implicando a necessidade de derivar outra equação que novamente trará um tensor de ordem superior, e assim sucessivamente, tornando-se uma questão de decidir onde parar, seja por truncamento ou por modelagem destes termos (AZEVEDO, 2003).

Conclusivamente, a dedução de uma equação evolutiva, resultado da aplicação de procedimentos analíticos às equações conservativas da massa e da quantidade de movimento, mostra que esse é um procedimento insuficiente, permanecendo aberto o sistema. Todavia, seguindo essa linha, é possível obter soluções para o problema de fechamento a partir da modelagem das incógnitas suplementares por relações constitutivas, ou seja, procedendo-se a modelização desses termos adicionais a partir de relações baseadas na realidade experimental conhecida (RODRIGUES, 2003). Essa abordagem, embora mais geral que a modelagem constitutiva aplicada diretamente sobre o tensor de Reynolds, requer seis equações adicionais, o que a torna computacionalmente mais dispendiosa (SILVEIRA-NETO, 2002b). Posto isso, parte-se para a segunda proposta de solução para o problema de fechamento: a hipótese de Boussinesq, a abordagem mais simples e mais utilizada em aplicações práticas para modelação do tensor de Reynolds (AZEVEDO, 2003).

3.3.1.1 Hipótese de Boussinesq

A hipótese de Boussinesq trata da primeira tentativa de modelagem do tensor de Reynolds e, apesar de fundamentada em conceitos deficientes, conforme exposto adiante, permanece como ponto de partida para a grande maioria dos modelos de turbulência empregados nas análises de dinâmica dos fluidos computacional (RODRIGUES, 2003).

Boussinesq apresentou uma hipótese explicativa para o aumento da ordem de magnitude dos coeficientes de atrito fluido, observados mediante a transição do regime dos escoamentos de laminares à turbulentos. A hipótese de Boussinesq consiste na proposição de um coeficiente de atrito, denominado atrito interno, oriundo do próprio regime turbulento e independente daquele existente no regime laminar original. Tal coeficiente consiste em uma grandeza escalar linearmente dependente dos gradientes de velocidade média do escoamento turbulento, ao passo em que independe de quaisquer variações de pressão e temperatura (RODRIGUES, 2003).

Assim, o campo de tensões originado a partir do atrito interno é função dos gradientes de velocidade média do escoamento e de uma variável denominada viscosidade turbulenta ν_T

(SILVEIRA-NETO, 2002a).

Dessa forma, o tensor de Reynolds pode ser escrito como (DAVIDSON, 2004) e (SILVEIRA-NETO, 2002b):

$$-\tau_{ij} = -\overline{u_i u_j} = \left[\nu_T \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \quad (103)$$

Na Equação (103), a primeira parcela do termo a direita da igualdade diz respeito à transição; o segundo termo, se refere à energia cinética de turbulência, dada por k . De fato (SILVEIRA-NETO, 2002b):

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i} = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (104)$$

O δ_{ij} , delta de Kronecker, surge para compatibilizar a definição de k com a soma do traço do tensor de Reynolds modelado pela hipótese de Boussinesq; como o tensor é simétrico, $i = j$, assim (SILVEIRA-NETO, 2002b):

$$-\overline{u_i u_j} = 2\nu_T \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} - \frac{2}{3} k \delta_{ii} = -2k \Rightarrow k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (105)$$

Substituindo o modelo de Boussinesq (Eq. (103)) na Eq. (102), tem-se (SILVEIRA-NETO, 2002b):

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) + \nu_T \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \quad (106)$$

O divergente do termo composta pela energia cinética de turbulência e o delta de Kronecker, δ_{ij} , resulta no gradiente de k (SILVEIRA-NETO, 2002b):

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) = \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x_i} \quad (107)$$

Assim, tal termo pode ser incorporado ao termo de pressão, gerando uma pressão modificada dada por (SILVEIRA-NETO, 2002b):

$$\overline{P}^* = \overline{P} + \frac{2}{3} \rho k \quad (108)$$

Logo, a Equação (106) será:

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}^*}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_T) \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (109)$$

Finalmente, e retomando a notação reduzida, as equações da continuidade e da quantidade de movimento são escritas, respectivamente, para escoamentos turbulentos na seguinte forma (POPE, 2011):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (110)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \nabla \cdot u = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nabla (\nu + \nu_T) \nabla u + f \quad (111)$$

Sendo: u e P os campos médios de velocidade e pressão, respectivamente; ν se refere à viscosidade cinemática e ν_T , à viscosidade turbulenta; f representa o termo fonte.

Os efeitos de compressibilidade são computados por (BERNARD, 2013):

$$\rho = \rho_w \times \frac{1 + P_a}{k} \quad (112)$$

Sendo P_a a pressão atmosférica e k o módulo de compressibilidade da água (módulo de Bulk).

A hipótese de Boussinesq é ainda utilizada devido ao fato de fornecer resultados consistentes a um baixo custo computacional. Entretanto, isso só é verdade para alguns casos; se o escoamento médio for predominantemente anisotrópico, isto é, se os valores médios variarem com a direção, haverá inconsistências. Dessa forma, a adoção da hipótese de Boussinesq pressupõe turbulência isotrópica, o que é verdade para pequenos vórtices, além de turbulência estacionária e homogênea, ou seja, valores médios independentes do tempo e da posição, respectivamente (MÖLLER; SILVESTRINI, 2004).

Cabe ressaltar que, conforme mencionado anteriormente, há algumas deficiências conceituais na hipótese de Boussinesq, relacionadas principalmente ao fato de a viscosidade turbulenta ter sido formulada como propriedade termodinâmica e grandeza escalar, quando na realidade, trata-se de uma propriedade do escoamento e de uma grandeza tensorial. Além disso, supõem-se valores nulos para a energia cinética de turbulência na diagonal principal do tensor de Reynolds, o que não é sempre verificado (RODRIGUES, 2003).

Para que o sistema possa finalmente ser solucionado, isto é, para que se obtenha o fechamento do sistema de equações, resta modelar a viscosidade turbulenta. O modelo de turbulência, com base nesse conceito, deriva da forma segundo a qual será calculada ν_T : cada modelo de turbulência apresenta formulação própria para tal cálculo (SILVEIRA-NETO, 2002b).

3.3.1.2 Modelos de Turbulência

Uma grande variedade de modelos de turbulência tem sido apresentada nas últimas décadas. Assim como ocorre para os modelos, a classificação das soluções propostas para o problema de fechamento também é bastante ampla (RODRIGUES, 2003).

Uma modalidade menos utilizada separa os modelos em três categorias (RODRIGUES, 2003; SILVEIRA-NETO, 2002b):

- Categoria I: modelos baseados na hipótese de Boussinesq, que são os modelos de interesse para o presente estudo;

- Categoria II: modelos que partem das equações evolutivas do tensor de Reynolds, utilizando relações constitutivas na modelagem das incógnitas suplementares, proposta sobre a qual se discorreu brevemente em item anterior, justificando-se inclusive a pouca adesão da qual é alvo devido ao alto custo computacional que acarreta;
- Categoria III: modelos de simulação de grandes escalas (LES), também mencionado brevemente em tópico anterior e, assim como os modelos enquadrados na categoria II, reside além do escopo desse trabalho.

Fazendo referência à ordem de fechamento adotada, tem-se (RODRIGUES, 2003):

- Modelos de primeira ordem: nesse caso as tensões de Reynolds são definidas apenas com base na velocidade média e na geometria do escoamento;
- Modelos de segunda ordem: o tensor de Reynolds é modelado através de formulação evolutiva, modelando-se apenas as correlações de ordem superior à segunda;
- Modelos de terceira ordem: como ocorre para os de segunda ordem, parte-se de formulação evolutiva, aqui empregada para a determinação das correlações tríplexes, sendo modeladas as demais correlações.

Com base na hipótese de Boussinesq, os modelos de turbulência se dividem em (RODRIGUES, 2003) e (SILVEIRA-NETO, 2002b):

- Modelos a zero equação, os quais modelam a viscosidade turbulência a partir de equações algébricas;
- Modelos a meia equação, que por sua vez se servem de uma equação diferencial ordinária para a modelagem de ν_T ;
- Modelos a uma equação, nos quais é utilizada uma equação diferencial parcial para o cálculo da viscosidade turbulenta;
- Modelos a uma equação e meia, modelando ν_T por meio de uma equação diferencial ordinária e uma equação diferencial parcial;
- Modelos a duas equações, onde duas equações diferenciais parciais são adotadas. Consistem na categoria mais utilizada. Aqui se enquadram os modelos $k - \varepsilon$, $k - \omega$ e SST (*Shear Stress Transport*).

A maioria dos modelos a meia, uma e uma equação e meia empregam em sua formulação o conceito de comprimento de mistura de Prandtl, uma das primeiras tentativas de se calcular a viscosidade turbulenta. Além das limitações próprias do modelo de Prandtl, que não serão aqui

citadas, mas podem ser encontradas com maiores detalhes em Rodrigues (2003), para a aplicação desse conceito é necessário que se tenha informações sobre o comprimento de mistura, o que faz deste um modelo dito incompleto (RODRIGUES, 2003) e (SILVEIRA-NETO, 2002b).

Denominam-se modelos completos aqueles que independem do conhecimento prévio acerca de quaisquer escalas características da turbulência. Dentre esses modelos, os mais simples são os modelos a duas equações. Além disso, esses modelos são hoje os mais utilizados em simulações numéricas de escoamentos turbulentos, sendo seu sucesso em aplicações técnicas e científicas decorrente principalmente da relação custo-benefício característica (RODRIGUES, 2003); são esses os modelos de interesse para o presente trabalho.

Os modelos $k - \varepsilon$ e $k - \omega$ são baseados na energia cinética turbulenta k e na taxa de dissipação da energia cinética de turbulência ε ou na taxa de dissipação específica da energia cinética de turbulência ω , respectivamente. Enquanto modelo a duas equações, o modelo $k - \omega$ propõe equações para duas quantidades significativas da turbulência, viabilizando a obtenção de escalas de comprimento e de tempo para o escoamento turbulento. Esse modelo é superior ao $k - \varepsilon$ nas regiões próximas à parede, em situações que apresentem grandes gradientes de pressão e para escoamentos compressíveis. Além disso, dispensa leis de parede ou funções de amortecimento, como ocorre no modelo $k - \varepsilon$. Todavia, há problemas na aplicação de condições de contorno em fluxos livres, sendo, nessas situações, necessária a adoção de valores irrealistas para escoamentos ao longe não turbulentos. Além disso, esse modelo é impreciso ao tratar escoamentos cisalhantes livres, como jatos e camadas de mistura, por exemplo. Por outro lado, o modelo $k - \varepsilon$ trata satisfatoriamente os escoamentos ao longe da parede (POPE, 2011).

Nesse contexto, foi desenvolvido o modelo SST cuja finalidade é captar as vantagens tanto do modelo $k - \omega$ quanto do modelo $k - \varepsilon$, produzindo um modelo com menor custo computacional que os modelos de origem. Para o SST , a viscosidade turbulenta é recalculada a fim de considerar os efeitos das principais tensões de cisalhamento turbulentas.

3.3.1.2.1 Modelo de Turbulência SST

A abordagem SST permite bom tratamento das regiões próximas à parede, a partir de $k - \omega$, sem prejudicar o escoamento ao longe, utilizando $k - \varepsilon$. Para que a lógica de troca de modelos funcione ($k - \omega$ no interior da camada limite e $k - \varepsilon$ em regiões de esteira), ambos os modelos originais são multiplicados por uma função de mistura e então adicionados. À função de mistura é imposto valor unitário no interior da camada limite, o qual decresce gradativamente até que, fora de tal região, seja nulo. Trata-se, portanto, de uma função de ponderação.

Partindo de Menter, Kuntz e Langtry (2003). As equações de transporte do modelo, em notação indicial, são:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (113)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha S^2 + \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \right] \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} + \frac{1}{\omega} \left(\frac{\partial k}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) \quad (114)$$

Onde k e ω representam, respectivamente, a energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação específica. A viscosidade turbulenta, modelada para considerar o transporte das principais tensões de cisalhamento turbulentas, é dada por:

$$\nu_T = \frac{\sigma_1 k}{m \max(\sigma_1 \omega, S F_2)} \quad (115)$$

O termo S é uma medida invariante do tensor taxa de deformação, sendo F_1 e F_2 as funções de mistura, dadas por:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (116)$$

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \quad (117)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \nabla \omega, 1, 0 \times 10^{-10} \right) \quad (118)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (119)$$

$$\arg_2 = \max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \quad (120)$$

O valor F_1 é responsável pela troca de modelos na segunda equação de dissipação de SST , sendo ainda responsável pela determinação das constantes do modelo. F_2 atua na troca de modelos na formulação de ν_T (Eq. (115)). Próximo à parede F_1 assume o valor unitário (modelo $k - \omega$), sendo igual a zero na região afastada (modelo $k - \varepsilon$).

Para evitar o crescimento de turbulências em regiões de estagnação, define-se um limitador de produção:

$$P_k = \rho \nu_T S^2 \quad (121)$$

$$\widetilde{P}_k = \min(P_k, 10\rho\beta^* k\omega) \quad (122)$$

Considerando-se α_1 como qualquer constante do modelo $k - \omega$, assim como α_2 para $k - \varepsilon$, então α correspondente à SST será:

$$\alpha = \alpha_1 F_1 + \alpha_2 (1 - F_1) \quad (123)$$

As constantes do modelo são: $\alpha_1 = 5/9$; $\alpha_2 = 0.44$; $\beta_1 = 3/40$; $\beta_2 = 0.0828$; $\beta^* = 0.09$; $\alpha_{k1} = 0.85$; $\alpha_{k2} = 1$; $\alpha_{\omega 1} = 0.5$ e $\alpha_{\omega 2} = 0.856$. A equação de transporte para ω permite que, para formulações de baixo Reynolds, as leis de parede mudem gradativamente.

As vantagens do modelo *SST* residem na formulação zonal empregada. Entretanto, ao contrário do que acontece para o modelo $k - \omega$ puro, para o *SST* é necessário que se compute a distância até a parede, representada por y , demandada nas funções de mistura.

O cálculo da distância até a parede é necessário para o modelo SST, haja vista que, próximo à parede, esse considere baixos valores de Reynolds, o que permite aproximar ao problema clássico de camada limite. Para malhas com poucos nós, o número de nós de parede em relação ao número total para a malha permite a obtenção de y . Todavia, com o aumento do número de nós esse procedimento pode se tornar dispendioso do ponto de vista do esforço computacional (BATCHELOR, 2010).

Posto que, melhor desempenho do modelo SST seja reportado para valores de distância adimensionalizada inferiores a 2, a menor distância, obtida considerando-se a parede e o nó mais próximo, deve levar em conta tal restrição, o que, por sua vez, permite que a resolução da camada limite seja adequada na previsão dos efeitos difusivos (BATCHELOR, 2010).

Resultados consistentes podem ser obtidos a partir de uma correlação para a placa plana. Assim:

$$Re_L = \frac{U_0 L}{\nu} \quad (124)$$

Onde: U_0 representa a velocidade do escoamento não perturbado e L , o comprimento da placa plana. O coeficiente de atrito para a placa plana é dado por:

$$c_f = 0,027 Re_x^{-1/7} \quad (125)$$

Sendo x a coordenada cartesiana ao longo de L . A distância adimensionalizada até a parede é dada por:

$$y^+ = \frac{u^* y}{\nu} \quad (126)$$

Aqui, u^* indica a velocidade de atrito. A Equação (125) pode ser reescrita como:

$$c_f = 2 \left(\frac{u^*}{U_0} \right)^2 \quad (127)$$

Concatenando as Eq. (126) e (127), chega-se a:

$$y = y^+ \left(\frac{2}{c_f} \right)^{1/2} \frac{\nu}{U_0} \quad (128)$$

Utilizando o resultado da Eq. (125) e realizando algumas manipulações, pode-se expressar a Eq. (128) como:

$$y = y^+ L \sqrt{74} \frac{Re_x^{1/14}}{Re_L} \quad (129)$$

Assumindo que $Re_L = CRe_x$ e que $C^{(1/14)} \approx 1$, exceto para números de Reynolds excessivamente baixos, a Eq. (129) se torna:

$$y = y^+ L \sqrt{74} Re_x^{-13/14} \quad (130)$$

Fornecendo a distância entre a parede e o nó mais próximo, a Eq. (130) encerra a formulação de turbulência, e, por conseguinte, a modelagem matemática do golpe de aríete. Essa etapa, conforme será visto adiante, é imprescindível para que se proceda à simulação numérica de fenômenos fluidodinâmicos utilizando-se CFD.

4 FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL

Neste capítulo serão tratadas as etapas para a obtenção de solução numérica de fenômenos fluidodinâmicos, caso do golpe de aríete. Será ainda apresentada a metodologia adotada para a simulação do comportamento dos campos de pressão no interior de condutos forçados nos quais ocorre esse transiente hidráulico.

4.1 ETAPAS PARA A SOLUÇÃO NUMÉRICA

A Figura (9) apresenta, de forma sucinta, as etapas da resolução de problemas em CFD, indicando onde se o uso dessa ferramenta na obtenção de soluções numéricas no campo da fluidodinâmica (REGO, 2008).

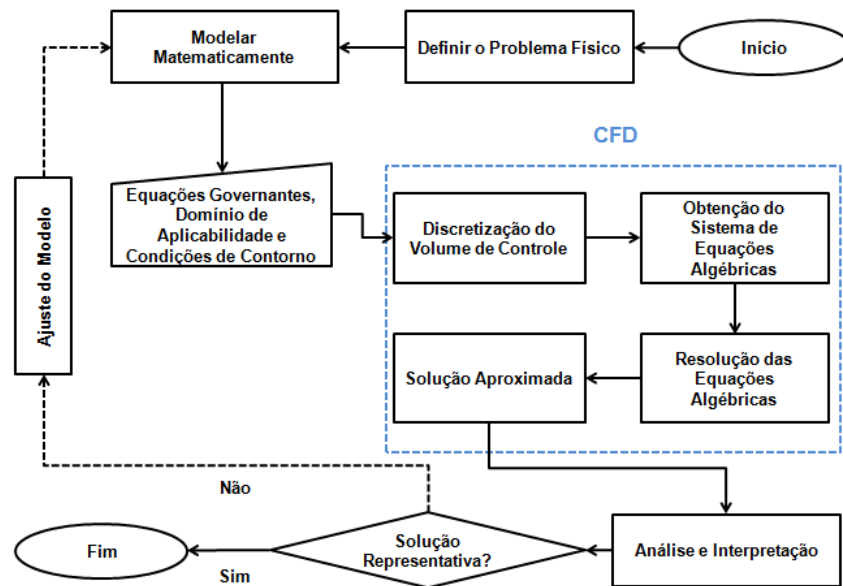


Figura 9: Etapas para a obtenção de solução numérica de um problema de mecânica dos fluidos via CFD (Adaptado de Rego (2008)).

Uma vez que se tenha identificado o problema físico a ser estudado, para que se proceda à análise via CFD, o primeiro passo é a modelagem matemática, determinando-se as grandezas físicas atuantes sobre o sistema, bem como os resultados dessa atuação, e assinalando o escopo do estudo. Portanto, em um primeiro momento, tem-se a especificação do problema propriamente dito, incluindo a geometria que tanto pode resultar de medidas de uma configuração existente quanto pode ser associada ao desenho, e as condições de fluxo; aspectos relativos ao nível de precisão desejada, tempo requerido e solução dos parâmetros de interesse são incluídos sob a forma de necessidades da simulação (SILVA, 2006). No que diz respeito à modelagem matemática para obtenção das equações governantes, essa etapa, que antecede o uso do CFD propriamente dito, foi explicitada no capítulo 3.

Portanto, ter-se-á como resultado da modelagem matemática as equações que regem o fenômeno sob análise, bem como a sua região de aplicabilidade (denominada domínio), e as condições de contorno (CARVALHO, 2008). No campo da fluidodinâmica, conforme reportado anteriormente, os fenômenos são regidos pelas equações de Navier-Stokes, as quais deverão ser solucionadas, e a partir desse ponto tem-se a atuação de CFD (Fig. (9)), em volumes de controle definidos arbitrariamente, mas de forma tal que contenham o fenômeno de interesse (SILVA, 2006). No caso do golpe de aríete, as equações diferenciais parciais, fornecidas como *input* ao CFD serão integradas para obtenção do sistema de equações algébricas.

A grande maioria dos pacotes computacionais de CFD tratam os escoamentos fluidos a partir de cinco elementos principais: um módulo CAD (*Computer Aided Design*) como gerador de geometria, um gerador de malha, um pré-processador, um processador (*solver*) e um pós-processador. Esses elementos são tratados na sequência (REGO, 2008).

4.1.1 Geração da Geometria

A primeira informação a se inserir no CFD diz respeito ao domínio no qual será avaliado o fenômeno sob estudo. Essa informação pode ser introduzida por meio do uso de ferramenta CAD, através da qual é possível modelar qualquer objeto no espaço tridimensional (SILVA, 2006).

4.1.2 Geração de Malha

Conforme mencionado, os métodos numéricos atuam na resolução de uma ou de um conjunto de equações diferenciais parciais definidas para pontos discretos no espaço e no tempo; portanto, parte-se de um domínio contínuo para um domínio discreto. Assim, após a definição das equações básicas, procede-se a discretização do domínio informado ao CFD na etapa precedente (GONCALVES, 2007).

Pode-se então sintetizar dizendo-se que, o domínio de solução é dividido em subdomínios não-sobrepostos e sem espaços vazios depois de sua montagem. Estes subdomínios constituem a malha de discretização, sendo denominado elemento cada parte dessa malha (NOLETO, 2006). A forma segundo a qual ocorre esse processo, conhecido como geração de malha (*grid* ou *mesh*), depende em partes da metodologia numérica que será aplicada (REGO, 2008). O código ANSYS-CFX utiliza como base o método dos volumes finitos, que parte da integração das equações governantes para obtenção das equações algébricas.

As equações são solucionadas para cada elemento, gerando assim, em cada um destes, um valor discreto que servirá como condição de contorno para o elemento adjacente; daí a necessidade de se ter uma malha com refinamento suficiente para se captar variações nas regiões nas quais os gradientes de variação das variáveis são mais elevados (CARVALHO, 2008).

Assim, pode-se afirmar que a precisão da solução do problema em CFD será tão melhor

quanto maior for o número de elementos da malha, dependendo ainda da distribuição destes nesta. Todavia, aumentar o refino da malha implica em aumentar concomitantemente o custo computacional, devendo-se, portanto, obter-se um equilíbrio entre esses dois parâmetros de forma tal que seja possível chegar ao melhor resultado no hardware disponível (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995).

Basicamente, se fala em malhas estruturadas e não-estruturadas. As primeiras são fruto da subdivisão dos eixos cartesianos em elementos unidimensionais, cujo produto cartesiano gera elementos bi e tridimensionais quadriláteros e hexágonos, respectivamente, que apresentam cada qual o mesmo número de elementos adjacentes, exceto em se tratando de elementos do contorno (SILVA, 2006). Em suma, as malhas estruturadas apresentam uma estrutura regular na distribuição espacial de seus pontos novo. Já as malhas não-estruturadas são constituídas por elementos que podem assumir diversas formas no caso bidimensional os elementos serão polígonos, especialmente triângulos, e no tridimensional, poliedros, principalmente os tetraedros, inexistindo regularidade na distribuição espacial de seus pontos (SILVA, 2006). O tipo de malha adequado para um dado escoamento depende da complexidade deste e da geometria do domínio considerado, preferindo-se assim as malhas não-estruturadas para geometrias complexas, devido à flexibilidade de forma assumida por seus elementos (CARVALHO, 2008).

As malhas podem ainda ser uniformes e não-uniformes, sendo aquelas obtidas apenas em geometrias simples e, geralmente, para malhas estruturadas (REGO, 2008). Ao se falar em malhas uniformes, têm-se pontos igualmente espaçados no domínio discretizado. Já para as não-uniformes, o espaçamento se dá em função da necessidade do domínio. Assim, para estas, é possível maior aglutinação, e por conseguinte maior refinamento, desejável nas regiões onde os gradientes de variação das variáveis são mais elevados, conforme já reportado. Da mesma forma, pode-se ter maior espaçamento nas regiões de pequenas variações (CARVALHO, 2008). Logo, na maioria dos casos práticos as malhas não-estruturadas são mais adequadas por permitirem tratamento diferenciado em áreas específicas do domínio. As malhas estruturadas não podem assumir caráter não-uniforme, pois o refinamento não é local, propagando-se a partir da região de refinamento em todas as direções coordenadas até o limite do domínio computacional (REGO, 2008).

4.1.3 Pré-Processamento

Segundo Silva (2006), essa etapa consiste na modelagem física do problema, estruturando as seguintes informações de forma que o *solver* possa utilizá-las:

- Fenômenos que serão modelados e simulados;
- Propriedades dos fluidos;
- Condições de contorno nos elementos da malha correspondentes ao contorno do domínio.

Os pré-processadores mais atuais possuem banco de dados contendo diversas propriedades físicas dos fluidos mais comuns, sendo possível ainda evocar modelos físicos e químicos já implementados no código bem como implementar novos modelos (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995).

Mais de 50% do tempo gasto na indústria em projetos de CFD são relacionados à determinação da geometria do domínio e à geração da malha. A maioria dos pacotes CFD dispõe de interface CAD própria e/ou permite a importação de dados a partir de outros softwares CAD e geradores de malha (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995).

4.1.4 Processamento

É a parte principal de um pacote CFD; é aqui que são implementadas as técnicas numéricas de solução e os parâmetros, oriundos do pré-processamento, para resolver os problemas físicos (SILVA, 2006). Em linhas gerais, os métodos numéricos utilizados no *solver* seguem as etapas elencadas na sequência (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995):

- Aproximação das incógnitas por funções simples;
- Discretização das equações governantes do escoamento pela substituição das aproximações mencionadas acima, procedendo-se manipulações algébricas;
- Linearização do sistema de equações algébricas resultante;
- Definição da estratégia de solução do sistema obtido;
- Solução do sistema.

As diferenças entre as técnicas numéricas disponíveis estão atreladas à forma com que se aproximam as incógnitas e ao procedimento de discretização adotado. A abordagem numérica é necessária para a solução dos sistemas formados, posto que esses sejam constituídos por um grande número de equações lineares (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995).

4.1.5 Pós-Processamento

Os principais pacotes CFD são atualmente equipados com ferramentas polivalentes para visualização dos campos escalares e vetoriais, existindo ainda a possibilidade de se realizar animações que facilitem a análise dos resultados. Assim, é possível visualizar (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995):

- A geometria e a malha;
- Gráficos de vetores;
- Gráficos de contorno;

- Gráficos sobre superfícies no espaço 2 – D e 3 – D ;
- Linhas de corrente e de trajetória das partículas.

Além disso, os códigos fornecem a arquivos de resultados que podem ser exportados para outros softwares de visualização (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995).

4.2 REPRESENTATIVIDADE DA SOLUÇÃO NUMÉRICA

Algumas características devem ser observadas para garantir que a solução numérica seja representativa, isto é, tenha significado físico e reproduza a realidade do escoamento simulado. Tais características são listadas e brevemente explanadas na sequência (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995; FERZIGER; PERIC, 2002):

- **Consistência:** Os sistemas de equações algébricas discretizada devem ser equivalentes às equações governantes originais. Assim, para que um método seja consistente, o erro de truncamento, que é a diferença entre a equação discretizada e a exata, deve ser zero quando o limite do tempo e espaço tender a zero ($t \rightarrow 0$ e $\Delta x_i \rightarrow 0$).
- **Estabilidade:** uma solução numérica é dita estável desde que não ocorra a ampliação dos erros ao longo do processo de solução numérica. Se uma técnica numérica for instável então mesmo os erros de arredondamento nas condições iniciais poderão causar oscilações bruscas ou divergência nos resultados.
- **Convergência:** o método será convergente desde que as equações discretizadas sejam capazes de produzir solução que se aproxime da solução exata obtida pelas equações diferenciais parciais originais quando o espaçamento da malha, o tamanho do volume de controle ou do elemento tender à zero. Estabelecer a convergência teoricamente é tarefa árdua; assim, para problemas lineares, segundo o teorema da equivalência de Lax, se o método for consistente e estável, então será convergente (HIRSCH, 2007). Por outro lado, para os problemas não-lineares fortemente dependentes das condições de contorno, além da convergência, a estabilidade também é difícil de demonstrar; nesse caso, a convergência é testada pela repetição dos cálculos para uma série de malhas refinadas sucessivamente. Se o método for estável e se todas as aproximações na discretização forem consistentes, geralmente a solução será convergente independentemente da malha, o que ocorrerá para malhas suficientemente pequenas.
- **Conservação:** posto que as equações a serem solucionadas sejam equações conservativas, então os esquemas numéricos propostos devem respeitar essas leis, tanto do ponto de vista local quanto global. Isso significa que em regime permanente e na ausência de fontes geradoras, a quantidade deixando um volume de controle deve ser igual a quantidade entrando neste volume. Se o método utilizado for o método dos volumes finitos, então será

garantida a conservação das propriedades do fluido para cada volume de controle e para o domínio de solução como um todo; sendo adotado outro método, a conservação poderá ser obtida mediante a escolha cuidadosa das aproximações. Finalmente, caso haja fontes ou dissipadores o tratamento destes também deverá ser consistente; assim, a quantidade da propriedade gerada ou dissipada no domínio deverá se igualar ao fluxo líquido da quantidade conservativa através dos limites de contorno.

- Viabilidade da solução: os modelos que tratam fenômenos muito complexos devem garantir que os resultados tenham significado físico e que não haja divergência nas soluções.
- Precisão: nas soluções numéricas de problemas fluidos há três tipos de erros sistemáticos: erros de modelagem, dados pela diferença entre o escoamento real e aquele resultante do modelo matemático; erros de discretização, definidos como a diferença entre a solução exata das equações governantes originais e aquela obtida a partir do sistema de equações algébricas discretizada; e os erros de convergência, relacionados à discrepância entre o resultado iterativo e o exato do sistema de equações algébricas. Antes de julgar a validade dos modelos dos fenômenos físicos, devem-se controlar e estimar os erros de convergência e de discretização. Os erros de modelagem apenas podem ser avaliados mediante a comparação entre soluções nas quais os demais erros são desprezíveis e dados experimentais ou informações oriundas de modelos mais precisos. Confrontar os resultados numéricos com os analíticos, caso existam, ou com outros resultados numéricos, conduz à validação numérica do método implementado; por outro lado, a validação física advém da comparação dos resultados numéricos com resultados experimentais.

4.3 METODOLOGIA

Uma vez definido o golpe de aríete como o problema físico de interesse, efetuou-se a modelagem matemática apresentada no capítulo 3. Vale ressaltar que tal etapa precede a simulação e é de fundamental importância para que se obtenha a solução numérica de um problema fluidodinâmico via CFD, conforme apresentado na Fig.(9). Na simulação numérica tomou-se o fenômeno do ponto de vista fluido, desprezando-se os efeitos da interação fluido-estrutura.

Para a simulação no ANSYS-CFX, foi considerado um duto de $3m$ de comprimento e $22,2mm$ de diâmetro. Essas medidas são referentes a bancada de testes, representada na Fig.(10), cujos resultados foram também empregados nesse estudo, em conjunto com os resultados numéricos. A bancada encontra-se no Laboratório de Termo-Fluidos do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM).

O conduto operando sob pressão é constituído por um tubo manufaturado de latão (ajustado para suportar as altas pressões características do golpe de aríete), de área de seção transversal igual a $0,387 \times 10^{-3}m^2$ e $1,6mm$ de espessura da parede.

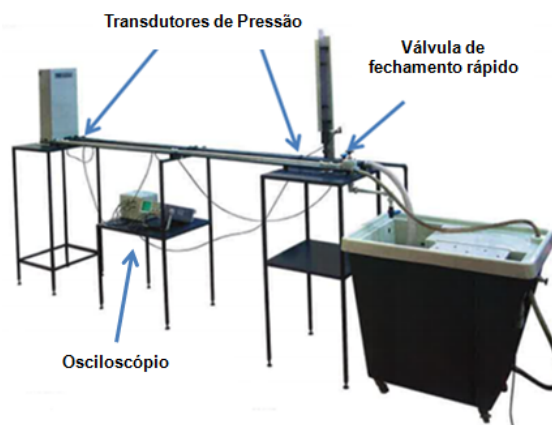


Figura 10: Bancada experimental para estudo do golpe de aríete.

O ensaio do transiente desejado, foi realizado mediante simulação de manobra rápida, servindo-se para esse fim de uma válvula especial de fechamento rápido, localizada na extremidade posterior do sistema, conforme indicação na Fig.(10). Também indicados na Fig.(10), próximos às extremidades do tubo, se encontram os transdutores de pressão, que, operando em associação com osciloscópio de traço duplo com armazenamento, permitiram detectar, para a onda gerada, sua pressão bem como seu tempo de passagem. Fixando-se 500 milivolts por divisão para o osciloscópio, tem-se nos transdutores saída de 3,5 bar por divisão.

Conforme já mencionado, a simulação realizada no ANSYS-CFX, levou em consideração as características do aparato de testes montado a fim de que os resultados obtidos experimental e computacionalmente sejam comparáveis e, por conseguinte, conduzam a uma análise mais robusta do fenômeno de interesse. Dessa forma, o domínio utilizado, foi um conduto com as mesmas dimensões da tubulação da bancada, cuja malha estruturada de cálculo, composta em sua totalidade por 3.124.041 nós e 3.120.000 elementos hexaédricos, é parcialmente apresentada na Fig.(11).

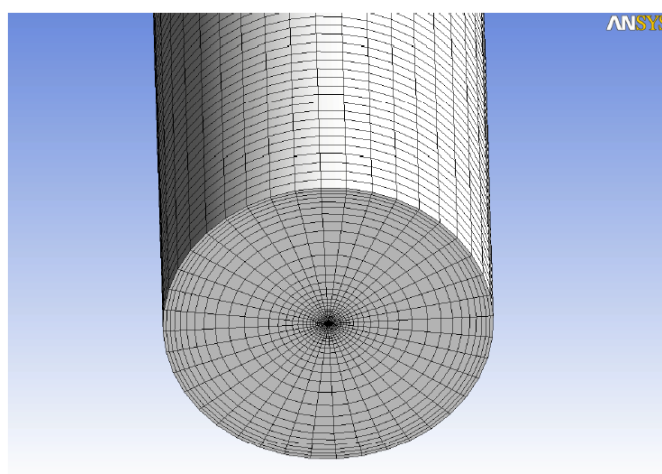


Figura 11: Detalhe da malha de cálculo.

Como necessidades da simulação e condições de contorno, adotaram-se:

- A montante do escoamento: para recuperar o funcionamento de conduto forçado de uma UHE, adotou-se pressão de referência nula.
- A jusante do escoamento: a representação do fechamento da saída da tubulação foi obtida numericamente pelo uso da função *step*, a fim de se reduzir a 0, e portanto, ter-se interrupção completa do fluxo de água, de vazão inicial igual a $0,485L/s$.
- Para se caracterizar manobra rápida de fechamento, seguiu-se a condição apresentada no item 3.2, ou seja, tempo de fechamento da válvula t_v inferior ao semiperíodo T calculado pela Eq. (86). Assim, adotou-se 6×10^{-3} segundos como tempo total de simulação, dada uma marcha no tempo de 1×10^{-4} segundos.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O primeiro resultado apontado é o desenvolvimento do estudo realizado ao longo do capítulo 3, uma vez que a formulação analítica do golpe de aríete caracterize objetivo deste trabalho. Por outro lado, posto que a simulação em CFD requeira que haja modelagem matemática prévia, este resultado pode ainda ser visualizado como resultado primário.

A partir da simulação CFX, apresenta-se a Fig.(12) na qual se tem a variação de pressão ao longo do duto devido à passagem da onda do golpe de aríete, onde o ponto indicado por 1 corresponde ao ponto a montante do escoamento e, por 2, a jusante.

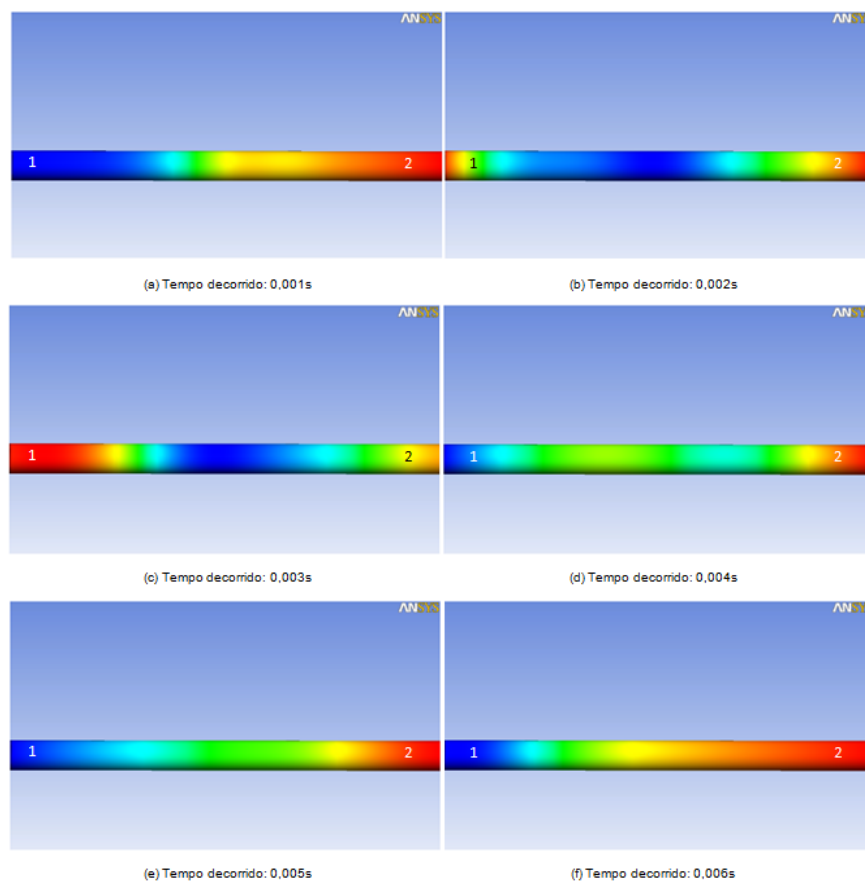


Figura 12: Visualizações de pressão no interior do conduto.

Os tons em vermelho indicam maiores valores de pressão; à medida que se tem tons em azul, a pressão diminui. Posto isto, em uma primeira análise, considerando-se o conjunto de imagens apresentado na Fig. (12) percebe-se que a onda de pressão viaja de jusante a montante do escoamento, indo desde a válvula, onde se inicia, até a extremidade oposta do conduto, gerando, nesse primeiro estágio, uma onda de sobrepressão, seguida por uma depressão (Fig.(12 a-c)). Ao atingir o ponto no qual se teria a barragem, ou seja, na parte anterior do circuito de simulação, a onda é rebatida, fazendo, em um segundo estágio, o percurso de volta ao ponto

inicial (Fig.(12 d-f)), novamente gerando regiões de sobrepressão seguidas de depressão, desta vez da montante até a jusante do escoamento considerado; em outras palavras, equivale a dizer que, analisando-se em estágio único, as zonas de pressão mais elevada se deslocam de jusante para a montante, ocorrendo o oposto para as zonas de baixa pressão.

Assim, o que se observa é que o comportamento ao iniciar-se a manobra, (Fig.(12 a)), assemelha-se ao observado no instante $t = 0,006s$ (Fig.(12 f)), quando o fluxo é completamente interrompido, tendo-se zonas de alta pressão localizadas a jusante e as de baixa pressão, a montante.

Essas variações no campo de pressão no interior dos dutos induzem tensões normais e cisalhantes, que culminam, em última instância, na ruptura ou colapso da estrutura das tubulações, comprometendo não apenas o correto funcionamento, mas também a segurança da operação dessas instalações.

Considerando agora os pontos de tomada de pressão pelos transdutores, conforme assinalado na Fig. (13), apresentam-se as Fig. (14) e (15) nas quais tem-se a comparação gráfica do comportamento da pressão aferida numérica e experimentalmente para os pontos 1 e 2. Dado o comportamento turbulento do escoamento, sabe-se que qualquer pequena variação nas condições iniciais é amplificada, inviabilizando a reprodutibilidade do experimento para que, assim como ocorre na simulação numérica com as equações médias de Reynolds, se tenha um tratamento estatístico para os dados experimentais. Logo, os resultados experimentais apresentados são referentes a teste único.

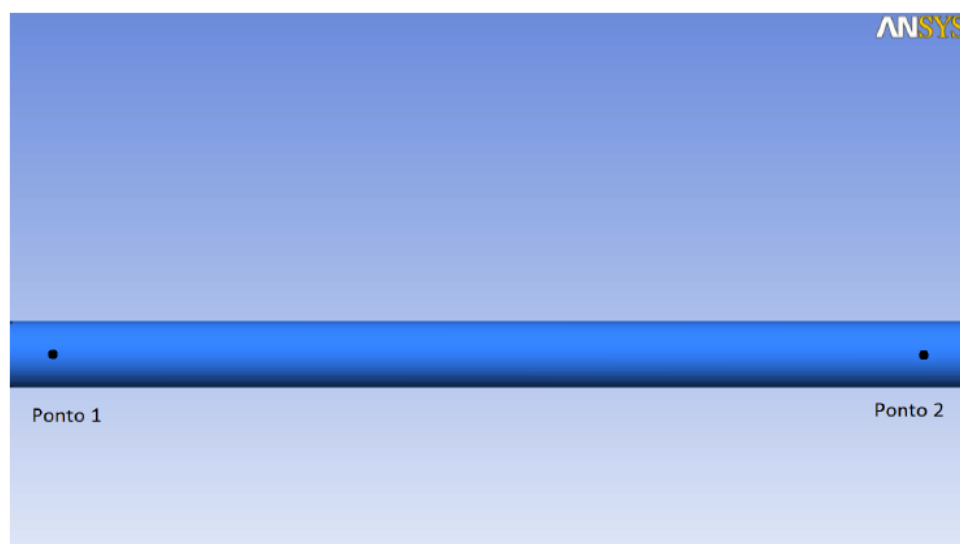


Figura 13: Pontos de monitoramento de pressão.

Para o ponto 1, a montante do escoamento, a pressão inicial, inferior a 1 bar em ambas as experimentações prática e numérica, aumenta até atingir valores próximos a 12 bar e 15 bar, respectivamente, nos instantes entre 3 e 4 milissegundos; na sequência, decresce até valores de pressão próximos aos iniciais, descrevendo, para os pontos numéricos, curva próxima à

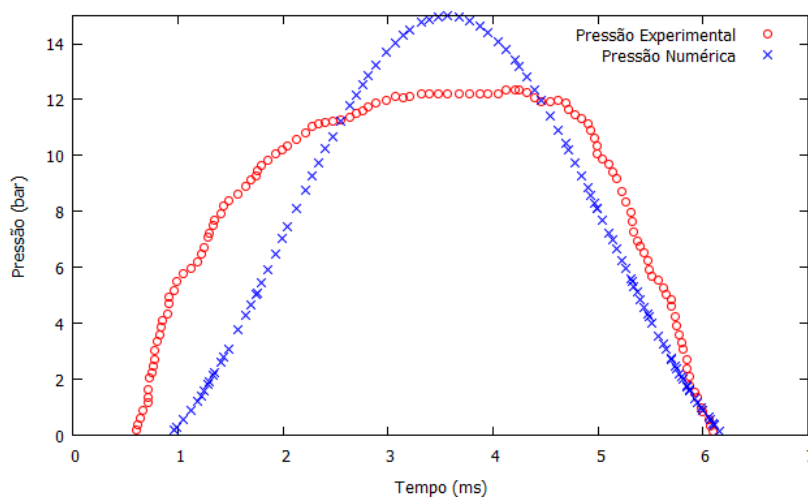


Figura 14: Variação de pressão: Ponto 1, montante.

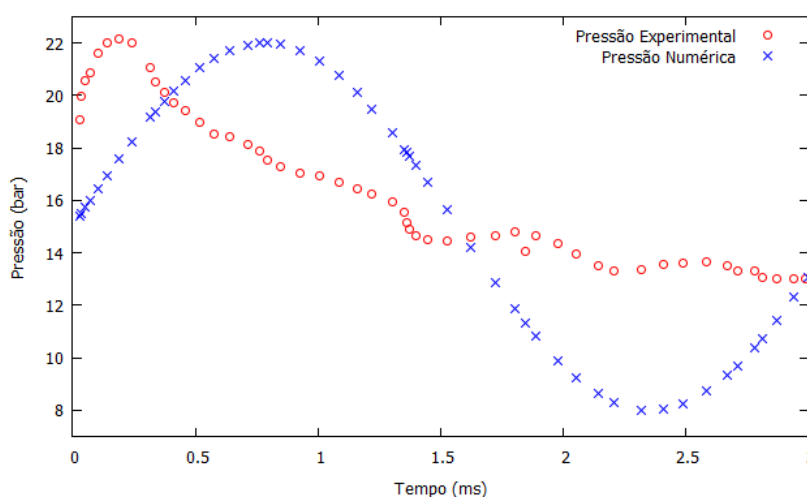


Figura 15: Variação de pressão: Ponto 2, jusante.

gaussiana. Reforça-se, portanto, a análise precedente, baseada na visualização das pressões no interior do duto: o comportamento ao iniciar-se a manobra assemelha-se ao observado quando o fluxo é completamente interrompido, tendo-se zonas de baixa pressão na região a montante do escoamento.

Para a Fig. (14) percebe-se o comportamento similar do campo de pressão dados os diferentes procedimentos, numérico e experimental. Todavia, pode-se ter certa dificuldade em se fazer a mesma observação na Fig. (15). Dessa forma, optou-se por tratar o ciclo quase completo de sobrepressão e depressão que se tem, observando-se o ponto 2 a partir de faixas de valores, representadas na Fig. (16).

Na Figura (16 a) observa-se o que a pressão inicial gira em torno dos 15 bar, para a simulação numérica, e dos 20 bar, no caso experimental. Nota-se que, em ambos os casos, tais valores indicam zona de sobrepressão, sendo superiores aos respectivos picos alcançados a montante do escoamento (Fig. gra). Essa faixa de observação permite ainda verificar que, em ambos os casos

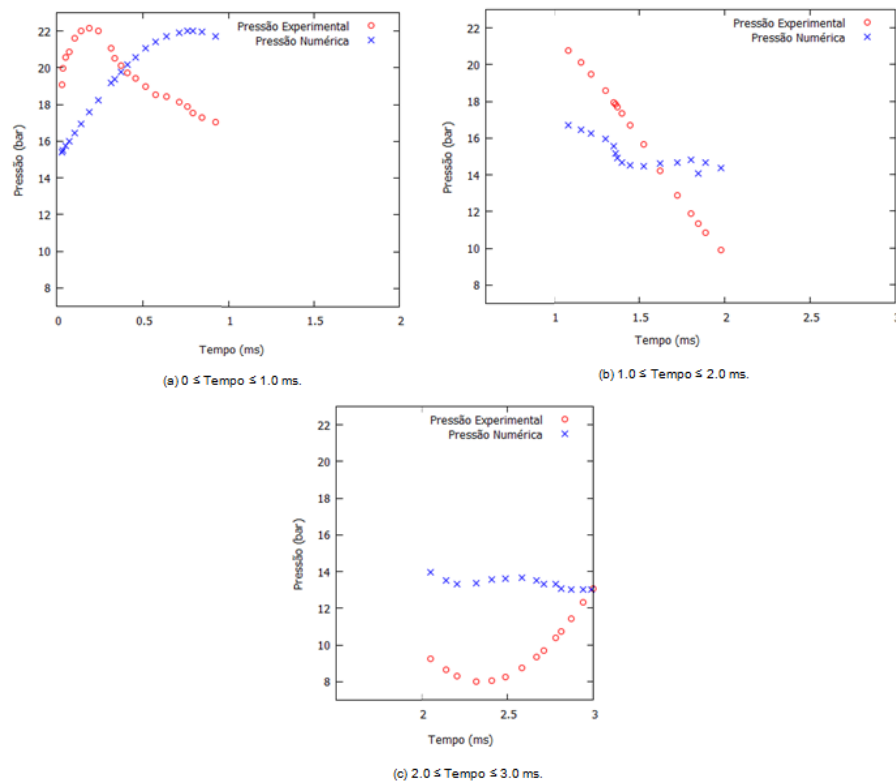


Figura 16: Faixas de variação de pressão a jusante do escoamento.

o valor máximo de sobrepressão, pouco acima de 22 bar, é atingido antes de 1 milissegundo na simulação.

O trecho representado na Fig. (16 b) mostra o decaimento de pressão acentuado em ambas as situações. No traçado numérico, o valor da pressão decresce rapidamente até patamares inferiores aos 10 bar; experimentalmente, o mesmo ocorre, e a pressão passa a se localizar em torno dos 14 bar.

Finalmente, na última faixa avaliada (Fig. (16 c)), o valor da pressão numérica torna a crescer, até valores próximos aos iniciais. Já no caso experimental isso não ocorre; entretanto, ao final do ciclo quase completo de sobrepressão e depressão, o valor coincide com o numérico; e novamente, percebe-se que a situação ao começo da manobra e ao final do ciclo da onda de pressão é bastante similar, caracterizando, a jusante do escoamento, região de alta pressão.

6 CONCLUSÃO

A formulação analítica para o fenômeno do golpe de aríete foi desenvolvida, sob a perspectiva da interação fluido-estrutura, considerando-se os efeitos da rigidez do conduto forçado e da compressibilidade da água. O processo de obtenção do sistema de equações diferenciais parciais governantes desse transiente hidráulico foi explicitado em sua completude, sem, todavia, afastar-se da simplicidade desejada nesse tipo de estudo.

Além da descrição do problema analítico do ponto de vista fluido e estrutural, também foi apresentada a formulação da turbulência em fluidos. Nesse aspecto, foram tratadas desde as características próprias dos escoamentos turbulentos, até a modelagem da turbulência, apresentada no contexto da decomposição de Reynolds. Ressalta-se que não se intencionou desenvolver estudo exaustivo do tema, mas tão somente fornecer subsídios para a simulação numérica do fenômeno do golpe de aríete. Por sua vez, no âmbito da simulação prevista no ANSYS-CFX, em um primeiro momento, foram abordadas as questões referentes à fluidodinâmica computacional no que diz respeito as etapas para a solução numérica.

Finalmente, foram apresentados os resultados numéricos obtidos para o fenômeno sob estudo, para o qual se considerou o comportamento fluido. A análise foi realizada tendo em vista as variações no campo de pressão, dado um duto submetido a uma manobra rápida de fechamento de válvula. Confrontando-se os resultados numéricos com os resultados experimentais, embora haja discrepância entre os valores computados, foi possível validar fisicamente o método utilizado, reconhecendo-se que há similaridade entre o comportamento visualizado graficamente.

Percebe-se que ao final do ciclo de sobrepressão e depressão, característico do golpe de aríete, os valores aferidos tanto experimental quanto numericamente, aproximam-se daqueles observados no início da manobra. Ainda em ambos os casos, no ponto próximo à válvula, os valores de pressão se mantiveram acima daqueles obtidos no ponto anterior, a montante do escoamento. Tal resultado é reforçado visualizando-se que a onda de pressão viaja de jusante a montante do escoamento, gerando uma onda de sobrepressão, seguida por uma depressão. Quando o fluxo foi completamente interrompido, concluindo-se a manobra de fechamento, as zonas de alta pressão permaneceram localizadas no ponto próximo à válvula, e as de baixa pressão, na extremidade oposta da tubulação. Portanto, apesar da diferença entre resultados numérico e experimental, o comportamento visualizado graficamente atende as características do golpe de aríete, concordando com o que é apresentado na literatura pertinente, reportada ao longo deste trabalho. Portanto, pode-se concluir que os resultados obtidos são satisfatórios.

Posto isso, ressalta-se que a diferença observada, dadas estas duas vias de análise, pode ser atribuída à ausência da interação fluido-estrutura no contexto da simulação. Além disso,

deve-se ter em mente que, por se tratar de um escoamento turbulento, qualquer variação nas condições iniciais é amplificada, podendo alterar significativamente os resultados.

Como sugestão para trabalhos futuros, aponta-se a análise do comportamento tanto dos campos de pressão quanto dos campos de tensão, dada simulação numérica que considere a interação fluido-estrutura. Uma vez realizada esta nova simulação podem-se comparar os valores obtidos entre esta e aquela que desconsidera a FSI.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AFSHAR, M. H.; ROHANI, H. Water hammer simulation by implicit method of characteristic. *International Journal of Pressure vessels and piping*, v. 85, n. 12, p. 851–859, 2008. Citado na página 20.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. *Atlas de Energia Elétrica do Brasil*. 3rd. ed. [S.l.], 2008. Citado na página 15.
- AHMADI, A.; KERAMAT, A. Investigation of fluidstructure interaction with various types of junction coupling. *Journal of Fluids and Structures*, v. 26, n. 7, p. 1123–1141, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.
- ALLIEVI, L. Teoria generale del moto perturbato dell'acqu ani tubi in pressione. *Annali della Società degli Ingegneri ed Architetti Italiani*, v. 17, n. 5, p. 285–325, 1902. Citado na página 18.
- ALLIEVI, L. *Atti Collegio Ing. Arch*, 1913. Citado na página 18.
- AZEVEDO, J. L. F. Aerodinâmica e Transição a Turbulência. In: _____. *Turbulência*. [S.l.]: ABCM, 2003. v. 2, p. 84–150. Citado 4 vezes nas páginas 47, 48, 49 e 50.
- BALACHANDRAN, P. *Engineering Fluid Mechanics*. [S.l.]: PHI Learning Private Limited, 2011. ISBN 978-81-203-4072-5. Citado na página 27.
- BATCHELOR, G. K. *An introduction to fluid dynamics*. 14. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2010. ISBN 978-0-521-66396-0. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 56.
- BERNARD, D. *Numeric Modelling of Water Hammer Effects in Penstocks*. Dissertação (Mestrado) — University of Ottawa, 2013. Citado 15 vezes nas páginas 8, 15, 18, 19, 20, 21, 23, 24, 32, 33, 34, 37, 38, 39 e 52.
- BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. *Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno*. 9th. ed. [S.l.]: LTC, 2010. Citado na página 18.
- CAMARGO, L. A. O golpe de aríete em tubulações de recalque. Análise simplificada. *International Journal of Pressure vessels and piping*, 1989. Citado na página 16.
- CARVALHO, A. T. *Otimização de ciclone para a pré-separação de areia na produção de petróleo*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Tecnologia de Processos Químicos e Bioquímicos - Escola de Química da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, mar. 2008. Citado 3 vezes nas páginas 21, 59 e 60.
- CESTEIRO, A. M. A. *Importância da Interação fluido-estrutura no projecto de sistemas de transporte de fluidos em pressão*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 2008. Citado na página 21.
- CHAUDHRY, M. H. *Applied Hydraulic Transients*. 2th. ed. [S.l.]: Van Nostrand Reinholds, 1987. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 16.
- DAVIDSON, P. A. *Turbulence: An introduction for scientists and engineers*. [S.l.]: Osford University Press, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 43, 49 e 51.

- ELETROBRÁS. *Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas*. [S.l.], 2003. Citado na página 16.
- EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. *Balanço Energético Nacional 2014 - Ano base 2013: Relatório Síntese*. Rio de Janeiro, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 15.
- FERREIRA, A. C. *Modelo de Avaliação da Economia Hídrica de Reservatórios Hidrelétricos em Operação*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Itajubá, Minas Gerais, dez. 2007. Citado na página 15.
- FERREIRA, R. L. *Simulação de Grandes Escalas de Escoamentos Turbulentos usando Modelagem Dinâmica*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 45, 46 e 50.
- FERZIGER, J. H.; PERIC, M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. 3rd. ed. [S.l.]: Springer, 2002. ISBN 3-540-42074-6. Citado na página 62.
- GALE, J. *Fluid-Structure for simulations of fast transients*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Matemática e Física, Universidade de Ljubljana., 2008. Citado 3 vezes nas páginas 16, 21 e 22.
- GHIDAOUI, M. S. et al. A review of Water Hammer Theory and Practice. *Applied Mechanics Review, ASME*, 2005. Citado 9 vezes nas páginas 8, 19, 24, 26, 27, 28, 29, 31 e 42.
- GIBSON, A. H. *Water hammer in hydraulic pipe lines*. [S.l.]: Archibald Constable, 1908. Citado na página 18.
- GOLDMAN, O. G. *Water hammer: Its cause, magnitude, prevention*. [S.l.]: Columbia Graphs, 1953. Citado na página 25.
- GONCALVES, N. D. F. *Método dos Volumes Finitos em Malhas Não-Estruturadas*. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Matemática Aplicada, Departamento de Matemática Pura Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 59.
- HEINSBROEK, A. G. T. J. Fluid-structure interaction in non-rigid pipeline systems. *Nuclear engineering and design*, v. 172, n. 1, p. 123–135, 1997. Citado na página 22.
- HIBBELER, R. C. *Resistência dos Materiais*. 7. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 8, 33 e 35.
- HIRSCH, C. Chapter 7 - consistency, stability and error analysis of numerical schemes. In: HIRSCH, C. (Ed.). *Numerical Computation of Internal and External Flows*. 2nd. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2007. p. 283 – 335. ISBN 978-0-7506-6594-0. Citado na página 62.
- KERAMAT, A. et al. Fluid-structure interaction with pipe-wall viscoelasticity during water hammer. *Journal of Fluids and Structures*, v. 28, p. 434–455, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 23.
- KORTEWEG, D. On the velocity of propagation of sound in elastic tubes. *Annalen der Physik und Chemie, New Series*, n. 5, p. 525–542, 1878. Citado na página 24.

- LAI, C. *A study of water hammer including effect of hydraulic losses*. . Tese (Doutorado) — Universidade de Michigan, Ann Arbor, Michigan, USA, 1961. Citado na página 19.
- LAROCK, B. E.; JEPPSON, R. W.; WATTERS, G. L. *Hydraulics of Pipeline Systems*. [S.l.]: CRC Press LLC, 2000. Citado 6 vezes nas páginas 8, 24, 30, 36, 37 e 39.
- LAVOOIJ, C. S. W.; TIJSSELING, A. S. Fluid-structure interaction in liquid-filled piping systems. *Journal of fluids and structures*, v. 5, n. 5, p. 573–595, 1991. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.
- LESLIE, D. J.; VARDY, A. E. Practical guidelines for fluid-structure interaction in pipelines: a review. *10th international meeting of the work group on the behaviour of hydraulic machinery under steady oscillatory conditions*., 2001. Citado na página 16.
- LOCHER, F. A.; HUNTAMER, J. B.; D., O. J. Caution - Pressure surges in process and industrial systems may be fatal. *Proc of 8th Int Conf on Pressure Surges, BHR Group*, The Hague, p. 3–18, 2000. Citado na página 22.
- MENTER, F. R.; KUNTZ, M.; LANGTRY, R. Ten years of industry experience with the SST Turbulence Model. *Turbulence, Heat and Mass Transfer*, University Science Books, v. 4, 2003. Citado na página 54.
- MÖLLER, S. V.; SILVESTRINI, J. H. Turbulência: Fundamentos. *IV Escola de Primavera de Transição e Turbulência*., ABCM, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 43, 47 e 52.
- NOLETO, L. G. *Estudo Numérico do Escoamento Turbulento em Modelos Florestais*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Tecnologia - Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade de Brasília, 2006. Citado na página 59.
- PARMAKIAN, J. *Waterhammer analysis*. [S.l.]: Dover Publications, 1963. Citado 6 vezes nas páginas 18, 24, 25, 26, 31 e 37.
- POPE, S. B. *Turbulent Flows*. 9. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2011. Citado 4 vezes nas páginas 43, 49, 51 e 54.
- REGO, F. C. d. A. *Estudo do Hidrociclone Cilíndrico de uma Unidade de Flotação Centrífuga com Auxílio de Fluidodinâmica Computacional*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Tecnologia de Processos Químicos e Bioquímicos - Escola de Química - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, mar. 2008. Citado 5 vezes nas páginas 8, 20, 58, 59 e 60.
- RODRIGUES, J. L. A. F. Escoamentos Turbulentos Parietais. In: _____. *Turbulência*. [S.l.]: ABCM, 2003. v. 2, p. 151–204. Citado 6 vezes nas páginas 48, 49, 50, 52, 53 e 54.
- SAEMA. *Carta Convite Nº 001 - 002/2013*. Araras, 2013. Citado na página 16.
- SAGAUT, P. *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows - A Introduction*. 2. ed. [S.l.]: Springer-Verlag, 1988. Citado na página 46.
- SILVA, M. K. *Estudo de Modelagem Numérica Tridimensional de Ciclones do Tipo Lapple para Separação Gás-Sólido*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química - Departamento de Engenharia Química e Engenharia de Alimentos - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, fev. 2006. Citado 6 vezes nas páginas 20, 21, 58, 59, 60 e 61.

- SILVEIRA-NETO, A. Fundamentos da turbulência nos fluidos. In: _____. *Turbulência*. [S.l.]: ABCM, 2002. p. 3–48. Citado 6 vezes nas páginas 19, 43, 45, 46, 47 e 51.
- SILVEIRA-NETO, A. *Turbulência nos Fluidos: Aplicada*. [S.l.]: Universidade Federal de Uberlândia - Faculdade de Engenharia Mecânica - Campus Santa Mônica, 2002. Citado 8 vezes nas páginas 43, 47, 49, 50, 51, 52, 53 e 54.
- SOUZA, Z.; SANTOS, A. H. M.; BORTONI, E. C. *Centrais hidrelétricas: implantação e comissionamento*. 2. ed. [S.l.]: Interciência, 2009. Citado na página 41.
- SREEJITH, B. et al. Finite element analysis of fluidstructure interaction in pipeline systems. *Nuclear Engineering and Design*, v. 227, n. 3, p. 313–322, 2004. Citado na página 22.
- STREETER, V. L. *Valve stroking to control waterhammer*. Tese (Doutorado) — Universidade de Michigan, Ann Arbor, Michigan, USA, 1962. Citado na página 19.
- STREETER, V. L.; LAI, C. Water hammer analysis including fluid friction. *Proc. ASCE*, v. 88, p. 79–112, 1963. Citado na página 19.
- TENNEKES, H.; LUMLEY, J. L. *A first course in turbulence*. [S.l.]: The MIT Press, 1972. ISBN 978-0-262-20019-6. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 45.
- THANAPANDI, P. An efficient marching algorithm for waterhammer analysis by the method of characteristics. *Acta mechanica*, v. 94, n. 1-2, p. 105–112, 1992. Citado na página 19.
- TIJSSELING, A. S. Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: a review. *Journal of Fluids and Structures*, v. 10, n. 2, p. 109–146, 1996. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.
- TIJSSELING, A. S.; ANDERSON, A. Johannes von Kries and the history of water hammer. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 133, n. 1, p. 1–8, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 16, 24 e 42.
- TIJSSELING, A. S.; BERGANT, A. Meshless computation of water hammer. *Proceedings of the Second IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems*, oct. 2007. Citado na página 19.
- TIJSSELING, A. S.; LAVOOIJ, C. S. W. Waterhammer with fluid-structure interaction. *Applied Scientific Research*, v. 47, n. 3, p. 273–285, 1990. Citado na página 22.
- TRIBUNAL DE CONTAS DA UNIÃO. *Informativo de Licitações e Contratos nº 114*. [S.l.], 2012. Citado na página 16.
- TULLIS, J. P. *Hydraulic of Pipelines*. [S.l.]: John Wiley Sons, 1989. Citado na página 37.
- VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics - The Finite Volume Method*. [S.l.]: Longman Scientific Technical, 1995. ISBN 0-582-21884-5. Citado 4 vezes nas páginas 20, 60, 61 e 62.
- WIGGERT, D. C.; TIJSSELING, A. S. Fluid transients and fluid-structure interaction in flexible liquid-filled piping. *Applied Mechanics Reviews*, v. 54, n. 5, p. 455–481, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.
- ZHANG, L.; TIJSSELING, S. A.; VARDY, E. A. FSI analysis of liquid-filled pipes. *Journal of sound and vibration*, v. 224, n. 1, p. 69–99, 1999. Citado na página 21.

ZHAO, M.; GHIDAOUI, M. S. Godunov-type solutions for water hammer flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 130, n. 4, p. 341–348, 2004. Citado na página 19.